

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ ПУСКА ДВУХПРИВОДНЫХ ЛЕНТОЧНЫХ КОНВЕЙЕРОВ

В работах [1-3] на основе метода припасовывания разработана математическая модель динамических процессов пуска одноприводных ленточных конвейеров с жестким и грузовыми натяжными устройствами, находящимися в головной или хвостовой части конвейера.

Однако для снижения натяжения ленты и уменьшения нагрузки, приходящейся на один привод, на горных предприятиях применяют двухприводные ленточные конвейеры с двумя и более приводами. В связи с этим ставится задача разработать математическую модель пуска многоприводного ленточного конвейера.

Рассмотрим построение математической модели динамики пуска двухприводного ленточного конвейера с приводами, расположенными в любом месте холостой ветви и в головной его части (рис. 1).

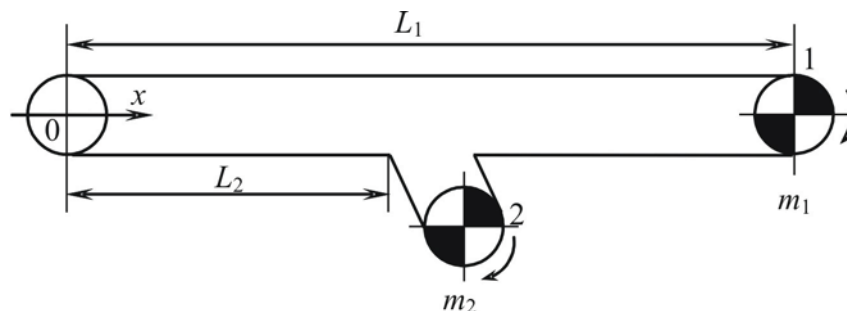


Рисунок 1 – Схема двухприводного конвейера

Для описания динамических процессов при пуске двухприводного ленточного конвейера принимаются следующие допущения:

- лента рассматривается как упругий стержень, подчиняющийся закону Гука;
- все вращающиеся массы вдоль конвейера приведены к распределенной погонной разгрузке;
- момент инерции хвостового барабана при пуске мал и не влияет на распределение натяжения в натяжном устройстве;
- инерция груза грузового устройства при пуске не учитывается;

- конвективная часть ускорения точек ленты при пуске не учитывается из-за малости скорости ленты конвейера по сравнению со скоростью упругих возмущений в ленте;

- скорость распространения упругих возмущений в ленте конвейера одинакова по всей длине конвейера и равна средней скорости a_c , определяемой по формуле

$$a_c = \frac{2a_r \cdot a_x}{a_r + a_x}, \quad (1)$$

где a_r , a_x – скорости распространения упругих возмущений на грузовых и холостых ветвях ленты соответственно, м/с.

Тогда система дифференциальных уравнений при пуске двухприводного ленточного конвейера (см. рис. 1) имеет вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial W_r}{\partial \varepsilon} = \rho_c a_c \cdot \frac{\partial V_r}{\partial \eta}; \\ \frac{\partial W_r}{\partial \eta} = \frac{E}{a_c} \cdot \frac{\partial V_r}{\partial \varepsilon}; \\ \frac{\partial W_x}{\partial \varepsilon} = \rho_c a_c \cdot \frac{\partial V_x}{\partial \eta}; \\ \frac{\partial W_x}{\partial \eta} = \frac{E}{a_c} \cdot \frac{\partial V_x}{\partial \varepsilon}, \end{array} \right. \quad (2)$$

при начальных условиях при $\eta = 0$

$$V_r(\varepsilon, 0) = V_x(\varepsilon, 0) = 0; \quad W_r(\varepsilon, 0) = W_x(\varepsilon, 0) = 0, \quad (3)$$

где $W_r(\varepsilon, \eta)$, $W_x(\varepsilon, \eta)$ – динамические составляющие натяжения в ленте на грузовой и холостой ветвях соответственно, Н; $V_r(\varepsilon, \eta)$, $V_x(\varepsilon, \eta)$ – скорости точек грузовой и холостой ветвей ленты соответственно, м/с; ε , η – соответственно безразмерные координаты и время; ρ_c – эквивалентная погонная плотность ленты ($\rho_c = E/a_c^2$), кг/м³; E – эквивалентная жесткость ленты кг·м/с²;

Безразмерные координаты и безразмерное время определяются по формулам

$$\varepsilon = \frac{x}{L}; \quad \eta = \frac{a_c t}{L},$$

где x – координата, направленная вдоль ленты в направлении головного барабана, с центром на оси хвостового барабана конвейера, м, (см. рис. 1); t – текущее время, с; L – длина контура ленты конвейера ($L = 2L_1$), L_1 – длина конвейера, м.

Динамические составляющие натяжения W_r , W_x определяются из выражений

$$W_r = S_r - (q_r + q_l)x \sin \beta - (q_r + q_l + q'_p)x \omega_r \cos \beta - S_0;$$

$$W_x = S_x - q_l x \sin \beta - (q_l + q''_p)x \omega_x \cos \beta - S_0,$$

где S_r , S_x – соответственно натяжение ленты на грузовой и холостой ветвях ленты при пуске, Н; S_0 – натяжение ленты от натяжной станции, Н; β – угол наклона конвейера к горизонту, град; q_r – погонный вес груза, кГ/м; q_l – погонный вес ленты, кГ/м; q'_p , q''_p – приведенный вес вращающихся частей роликкоопор грузовой и холостой ветвей соответственно, кГ/м; ω_r , ω_x – коэффициенты сопротивления движению грузовой и холостой ветвей ленты конвейера соответственно.

Граничные условия на хвостовом и приводном барабанах зависят от типа натяжного устройства.

Для жесткого натяжного устройства (см. рис. 1) имеем:

на приводном барабане, находящемся в голове конвейера (при $\varepsilon = 1/2$)

$$\begin{aligned} V_r(1/2, \eta) &= -V_x(1/2, \eta); \\ W_r(1/2, \eta) - W_x(1/2, \eta) &= F_1(V_r) - G_1 - \frac{a_c m_1}{L} \cdot \frac{dV_r(1/2, \eta)}{d\eta}; \end{aligned} \quad (4)$$

на приводном барабане, расположенном на холостой ветви и находящемся на расстоянии L_2 от хвостового барабана конвейера (при $\varepsilon = \bar{L}_2 = L_2/L$)

$$\begin{aligned} V_r(\bar{L}_2, \eta) &= -V_x(\bar{L}_2, \eta); \\ W_r(\bar{L}_2, \eta) - W_x(\bar{L}_2, \eta) &= F_2(V_r) - G_2 - \frac{a_c m_2}{L} \cdot \frac{dV_r(\bar{L}_2, \eta)}{d\eta}, \end{aligned} \quad (5)$$

где $F_1(V_r)$, $F_2(V_r)$ – соответственно пусковые характеристики первого и второго привода конвейера в координатах F , V , Н; G_1 , G_2 – соответственно силы тяги на первом и втором приводных барабанах при стационарном движении ленты конвейера, Н; m_1 , m_2 – соответственно приведенные массы груза вращающихся частей первого и второго приводов ленточного конвейера, кг.

В силу линейности системы дифференциальных уравнений (2) и граничных условий (4), (5) к поставленной задаче пуска применим принцип суперпозиции, т.е. решение задачи пуска двухприводного

конвейера можно представить в виде суммы решений двух задач пуска одноприводных конвейеров. При этом у первого составляющего конвейера привод находится в головной части (рис. 2,а), а у второго привод находится на хвостовой ветви в том же месте, что и у двухприводного конвейера (рис. 2,б).

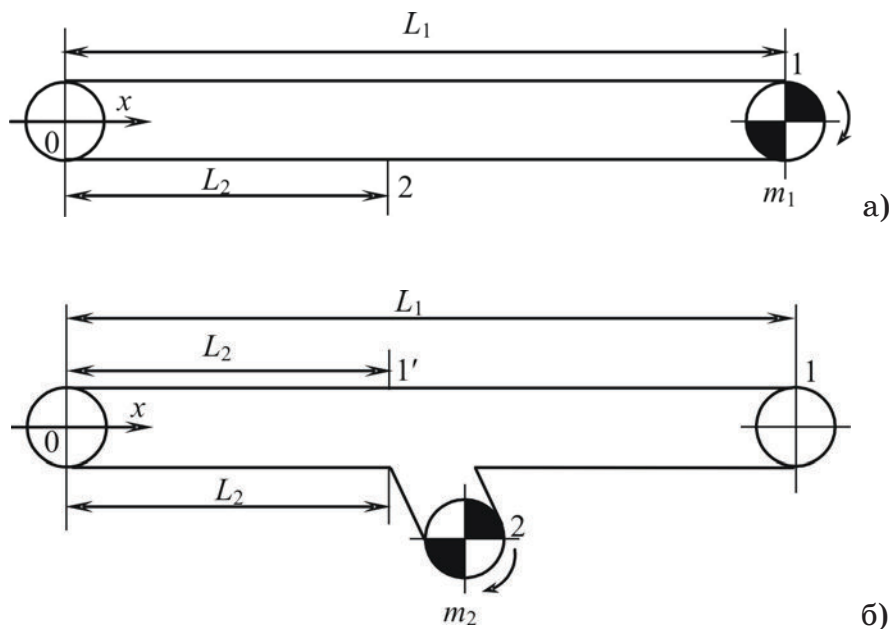


Рисунок 2 – Составляющие схемы двухприводного конвейера

Согласно работе [2], скорости и динамические усилия в ленте для одноприводного конвейера, у которого приводной барабан находится в головной части (см. рис. 2,а), определяются по формулам:

при $\varepsilon = 1/2$ (точка 1)

$$V'_{r1}(\eta_{j+1}) = \frac{L}{m_1 a_c} (N'_i - G_1) g'_i(\Delta\eta) + V'_{r1}(\eta_j) \lambda'_i(\Delta\eta) + \frac{2EL}{m_1 a_c^2} g'_i(\Delta\eta) \Pi'; \quad (6)$$

$$W'_{r1}(\eta_{j+1}) = \frac{E}{a} \sum_{k=0}^r (-1)^k [V'_{r1}(\eta_{j+1} - k) - V'_{r1}(\eta_{j+1} - k - 1)], \quad (7)$$

где $V'_{r1}(\eta) = V'_{r1}(1/2, \eta)$; $W'_{r1}(\eta) = W'_{r1}(1/2, \eta)$; $\Pi = 2 \sum_{k=0}^r (-1)^k V'_{r1}(\eta_j - k)$;

$r = [\eta_j]$ – целая часть η_j ; $g'_i(\Delta\eta) = \frac{1 - e^{-\alpha'_i \Delta\eta}}{\alpha'_i}$; $\lambda'_i(\Delta\eta) = e^{-\alpha'_i \Delta\eta}$;

$$\alpha'_i = \frac{2EL}{m_1 a_c^2} - \frac{q'_i L}{m_1 a_c};$$

$$i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, n \cdot s, \quad \Delta\eta = \eta_{j+1} - \eta_j.$$

Здесь N'_i , q'_i – параметры линейных частей аппроксимированной характеристики первого привода, которая имеет в вид

$$F(V'_{r1}(\eta)) = \sum_{i=0}^n (N'_i + q'_i V'_{r1}(\eta)) \cdot [\sigma_0(\eta - \eta_i) - \sigma_0(\eta - \eta_{i+1})], \quad (8)$$

где $\sigma_0(\eta)$ – единичная функция Хевисайда.

Согласно [3], зная скорость ленты $V'_{r1}(\eta)$ одноприводного конвейера в точке ее набегания на приводной барабан в любой момент времени (см. рис. 2,а), можно определить скорость и динамическое усилие в любой точке ленты конвейера по формулам

$$V'_r(\varepsilon, \eta) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k [V'_{r1}(\eta - (1/2 - \varepsilon) - k) + V'_{r1}(\eta - (1/2 + \varepsilon) - k)]; \quad (9)$$

$$W'_r(\varepsilon, \eta) = \frac{E}{a_c} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k [V'_{r1}(\eta - (1/2 - \varepsilon) - k) - V'_{r1}(\eta - (1/2 + \varepsilon) - k)]; \quad (10)$$

$$V'_x(\varepsilon, \eta) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k+1} [V'_{r1}(\eta - (1/2 - \varepsilon) - k) + V'_{r1}(\eta - (1/2 + \varepsilon) - k)]; \quad (11)$$

$$W'_x(\varepsilon, \eta) = \frac{E}{a_c} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k+1} [V'_{r1}(\eta - (1/2 - \varepsilon) - k) - V'_{r1}(\eta - (1/2 + \varepsilon) - k)]. \quad (12)$$

Откуда, согласно формулам (11), (12), скорость и динамическое усилие на холостой ветви ленты в точке 2 одноприводного конвейера (см. рис. 2,а) определяются по формулам:

при $\varepsilon = \bar{L}_2 = L_2/L$ (точка 2)

$$V'_{x2}(\eta_{j+1}) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k+1} [V'_{r1}(\eta_{j+1} - (1/2 - \bar{L}_2) - k) + V'_{r1}(\eta_{j+1} - (1/2 + \bar{L}_2) - k)]; \quad (13)$$

$$W'_{x2}(\eta_{j+1}) = \frac{E}{a_c} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k+1} [V'_{r1}(\eta_{j+1} - (1/2 - \bar{L}_2) - k) - V'_{r1}(\eta_{j+1} - (1/2 + \bar{L}_2) - k)], \quad (14)$$

где $V'_{x2}(\eta) = V'_x(\bar{L}_2, \eta)$, $W'_{x2}(\eta) = W'_x(\bar{L}_2, \eta)$.

Для одноприводного конвейера с приводным барабаном, расположенном на холостой ветви ленты на расстоянии L_2 от хвостового барабана (см. рис. 2,б), определим скорости и динамические усилия в ленте в точках 1 и 2. Для этого переместим приводной барабан, расположенный на холостой ветви (точка 2), на место головного барабана (в точку 1). В результате придем к схеме ленточного конвейера с приводным барабаном, расположенным в голове конвейера. При этом точка 1 переместится в точку 1' грузной ветви ленты, расположенной на расстоянии L_2 от хвостового барабана, а точка 2 переместится в точку 1 головной части конвейера (см. рис. 2,б). Применяя известные соотношения (6), (7) и (9), (10) для определения скоростей и динамических усилий в ленте для одноприводного конвейера (см. рис. 2,а), получим скорости и

динамические усилия в точках 1 и 2 ленты одноприводного конвейера с приводным барабаном на холостой весте, расположенным на расстоянии L_2 от хвоста конвейера (см. рис. 2,б):

при $\varepsilon = 1/2$ (точка 1)

$$V_{x2}''(\eta_{j+1}) = \frac{L}{m_2 a_c} (N_i'' - G_2) g_i''(\Delta\eta) + V_{x2}''(\eta_j) \lambda_i''(\Delta\eta) + \frac{2EL}{m_2 a_c^2} g_i''(\Delta\eta) \Pi''; \quad (15)$$

$$W_{x2}''(\eta_{j+1}) = \frac{E}{a_c} \sum_{k=0}^r (-1)^k [V_{x2}''(\eta_{j+1} - k) - V_{x2}''(\eta_{j+1} - k - 1)], \quad (16)$$

где $V_{x2}''(\eta) = V_x''(\bar{L}_2, \eta)$, $W_{x2}''(\eta) = W_x''(\bar{L}_2, \eta)$; $\Pi'' = 2 \sum_{k=0}^r (-1)^k V_{x2}''(\eta_j - k)$;

$r = [\eta_j]$ – целая часть η_j ; $g_i''(\Delta\eta) = \frac{1 - e^{-\alpha_i'' \Delta\eta}}{\alpha_i''}$; $\lambda_i''(\Delta\eta) = e^{-\alpha_i'' \Delta\eta}$;

$$\alpha_i'' = \frac{2EL}{m_2 a_c^2} - \frac{q_i'' L}{m_2 a_c};$$

$i = 1, \dots, n$; $j = 1, \dots, n \cdot s$, $\Delta\eta = \eta_{j+1} - \eta_j$;

при $\varepsilon = \bar{L}_2$ (точка 2)

$$V_{r1}''(\eta_{j+1}) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k [V_{x2}''(\eta_{j+1} - (1/2 - \bar{L}_2) - k) + V_{x2}''(\eta_{j+1} - (1/2 + \bar{L}_2) - k)]; \quad (17)$$

$$W_{r1}''(\eta_{j+1}) = \frac{E}{a_c} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k [V_{x2}''(\eta_{j+1} - (1/2 - \bar{L}_2) - k) - V_{x2}''(\eta_{j+1} - (1/2 + \bar{L}_2) - k)], \quad (18)$$

где $V_{r1}''(\eta) = V_r''(\bar{L}_2, \eta)$, $W_{r1}''(\eta) = W_r''(\bar{L}_2, \eta)$.

Здесь N_i'' , q_i'' – параметры линейных частей аппроксимированной характеристики первого привода, которая имеет вид

$$F_2(V_{x2}''(\eta)) = \sum_{i=0}^n (N_i'' + q_i'' V_{x2}''(\eta)) \cdot [\sigma_0(\eta - \eta_i) - \sigma_0(\eta - \eta_{i+1})]. \quad (19)$$

Согласно принципу суперпозиции, скорости и динамические усилия двухприводного ленточного конвейера в точках в точках 1 и 2 (см. рис. 1) набегания ленты на приводные барабаны определяются по формулам:

при $\varepsilon = 1/2$ (точка 1)

$$\begin{aligned} V_{r1}(\eta_{j+1}) &= V'_{r1}(\eta_{j+1}) + V''_{r1}(\eta_{j+1}); \\ W_{r1}(\eta_{j+1}) &= W'_{r1}(\eta_{j+1}) + W''_{r1}(\eta_{j+1}), \end{aligned} \quad (20)$$

где $V'_{r1}(\eta_{j+1})$, $W'_{r1}(\eta_{j+1})$ и $V''_{r1}(\eta_{j+1})$, $W''_{r1}(\eta_{j+1})$ определяются по формулам (6), (7) и (17), (18) соответственно;

при $\varepsilon = \bar{L}_2$ (точка 2)

$$V_{x2}(\eta_{j+1}) = V'_{x2}(\eta_{j+1}) + V''_{x2}(\eta_{j+1});$$

$$W_{x2}(\eta_{j+1}) = W'_{x2}(\eta_{j+1}) + W''_{x2}(\eta_{j+1}), \quad (21)$$

где $V'_{x2}(\eta_{j+1}), W'_{x2}(\eta_{j+1})$ и $V''_{x2}(\eta_{j+1}), W''_{x2}(\eta_{j+1})$ определяются по формулам (13), (14) и (15), (16) соответственно.

Если приводные барабаны двухприводного ленточного конвейера находятся в головной части конвейера, то в соотношения (13), (14) и (17), (18) необходимо подставить $\bar{L}_2 = 1/2$.

В результате получим

$$V'_{x2}(\eta_{j+1}) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k+1} [V'_{r1}(\eta_{j+1} - k) + V'_{r1}(\eta_{j+1} - k - 1)]; \quad (22)$$

$$W'_{x2}(\eta_{j+1}) = \frac{E}{a_c} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k+1} [V'_{r1}(\eta_{j+1} - k) - V'_{r1}(\eta_{j+1} - k - 1)]; \quad (23)$$

$$V''_{r1}(\eta_{j+1}) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k [V''_{x2}(\eta_{j+1} - k) + V''_{x2}(\eta_{j+1} - k - 1)]; \quad (24)$$

$$W''_{r1}(\eta_{j+1}) = \frac{E}{a_c} \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k [V''_{x2}(\eta_{j+1} - k) - V''_{x2}(\eta_{j+1} - k - 1)]. \quad (25)$$

Если один приводной барабан двухприводного ленточного конвейера находится в головной части конвейера, а другой – в хвостовой части, то, подставляя в формулы (13), (14) и (17), (18) $\bar{L}_2 = 0$, получим:

при $\varepsilon = 1/2$ (в точке 1)

$$\begin{aligned} V_{r1}(\eta_{j+1}) &= V'_{r1}(\eta_{j+1}) + V''_{r1}(\eta_{j+1}); \\ W_{r1}(\eta_{j+1}) &= W'_{r1}(\eta_{j+1}); \end{aligned} \quad (26)$$

при $\varepsilon = 0$ (в точке 2)

$$\begin{aligned} V_{x2}(\eta_{j+1}) &= V'_{x2}(\eta_{j+1}) + V''_{x2}(\eta_{j+1}); \\ W_{x2}(\eta_{j+1}) &= W''_{x2}(\eta_{j+1}), \end{aligned} \quad (27)$$

где $V'_{r1}(\eta_{j+1}), W'_{r1}(\eta_{j+1})$ и $V''_{x2}(\eta_{j+1}), W''_{x2}(\eta_{j+1})$ определяются по формулам (6), (7) и (15), (16), а $V''_{r1}(\eta_{j+1}), V'_{x2}(\eta_{j+1})$ определяются по формулам

$$V''_{r1}(\eta_{j+1}) = 2 \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k [V''_{x2}(\eta_{j+1} - 1/2 - k)]; \quad (28)$$

$$V'_{x2}(\eta_{j+1}) = 2 \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^{k+1} [V''_{r1}(\eta_{j+1} - 1/2 - k)]. \quad (29)$$

Полученные соотношения справедливы также для двухприводных ленточных конвейеров, у которых грузовое натяжное устройство расположено в хвостовой части конвейера. Если у двухприводного ленточного конвейера грузовое натяжное устройство находится около одного из приводных барабанов, то, согласно [2], в полученных

соотношениях коэффициенты $\frac{2EL}{m_1 a_c^2}$ и $\frac{2EL}{m_2 a_c^2}$ уменьшаются вдвое, а аргументы $\eta_{j+1} - (1/2 - \varepsilon) - k$ и $\eta_{j+1} - (1/2 + \varepsilon) - k$ в формулах (9)-(12) заменяются соответственно на $\eta_{j+1} - (1/2 - \varepsilon) - 2k$ и $\eta_{j+1} - (1/2 + \varepsilon) - 2k - 1$. При этом остальные соотношения (7), (13), (14), (16), (17), (18) получаются из формул (9)-(12) подстановкой $\varepsilon = 0$ или $\varepsilon = 1/2$ или $\varepsilon = \bar{L}_2$ соответственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бужинский И.А. Определение рациональных пусковых характеристик привода наклонного ленточного конвейера / И.А. Бужинский, Р.В. Кирия // Машины для предприятий горной промышленности. - Киев: Наукова думка, 1986. - С.30-38.
2. Кирия Р.В. Влияние типа натяжного устройства и места его установки на динамику пуска ленточного конвейера / Р.В. Кирия, В.Ю. Максютенко, И.А. Бужинский // Сб. науч. тр. “Геотехническая механика”. - Днепропетровск: ИГТМ НАНУ. - 2006. - Вып. № 67. - С. 73-83.
3. Кирия Р.В. Моделирование динамических процессов пуска ленточных конвейеров // Вісник Дніпропетровського Університету: Механіка: Зб. наук. пр. / ДНУ. - Дніпропетровськ, 2007. - №11. - Т.2. - С.

Получено 03.05.2008 г.