Э.Д. Чихладзе, М.А. Веревичева, Л.Б. Кравцив

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СТАЛЕБЕТОННЫХ КОЛОНН С УЧЕТОМ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ РАБОТЫ БЕТОННОГО ЯДРА

1. *Постановка задачи*. В работе [1] рассматривались цилиндрические колонны, находящиеся под действием равномерно распределенной нагрузки интенсивностью q и собственного веса. При изучении напряженно-деформированного состояния принималась гипотеза о том, что касательные напряжения $\tau_{rz} = 0$. Поэтому система уравнений равновесия сводилась к одному уравнению относительно радиального перемещения u_r с соответствующими граничными условиями. Решение этой задачи получено в аналитическом виде с учетом зависимости механических характеристик бетона от соотношения главных напряжений $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$. Эти напряжения определялись как функции перемещений с учетом контактной силы, возникающей на границе между бетонным ядром и стальной обоймой. В данной работе проводится проверка обоснованности вышеупомянутой гипотезы.

2. *Математическая модель*. В силу осевой симметрии колонны для решения поставленной задачи рассмотрим половину продольного сечения колонны, загруженной распределенной нагрузкой q и собственной массой (рис. 1).

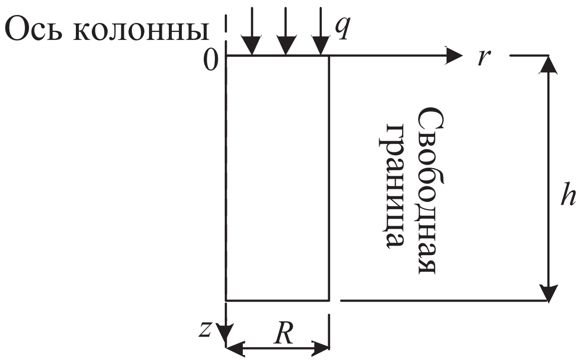

Рисунок 1 - Продольное сечение бетонной колонны

Зависимости между напряжениями и деформациями в бетоне принимаются в форме закона Гука [2] с переменными параметрами деформирования E и ν:

$$\sigma_r = \lambda \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \sigma_\theta = \lambda \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{u_r}{r}, \qquad (1)$$

$$\sigma_z = \lambda \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z}, \quad \tau_{rz} = \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right), \qquad (2)$$

где u_r, u_z - соответственно радиальное и вертикальное перемещения; λ, μ - коэффициенты Ляме.

Параметры деформирования E и ν: определяются в соответствии с методом А.В. Яшина [3]. Материал стальной обоймы считается обладающим свойствами идеальной упругопластичности.

Система уравнений равновесия в цилиндрических координатах имеет вид [2]:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0, \qquad \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} = \rho g, \qquad (3)$$

где ρ - плотность бетона, g - ускорение свободного падения.

Подставив в уравнения равновесия зависимости (1), (2), получим систему уравнений в перемещениях:

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[\lambda\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r}\right] + \frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}\right)\right] + \frac{2\mu}{r}\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r}\right) = 0, \qquad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial r}\left[\lambda\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z}\right) + 2\mu \frac{\partial u_z}{\partial z}\right] + \frac{\partial}{\partial r}\left[\mu\left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r}\right)\right] + \frac{\mu}{r}\left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r}\right) = \rho g. \qquad (6)$$

Для определения перемещений задаются граничные условия в зависимости от условий закрепления колонны.

Полученная задача решается численно путем разностной аппроксимации.

3. *Численные исследования*. Для сравнения двух методик расчета (приведенной в [4] и в данной статье) проведены численные исследования для различных классов бетонов и значений нагрузок.

В табл. 1 приведены результаты расчетов для консольной колонны из бетона В25 ($E_b = 30 \cdot 10^3$ МПа, $\nu_b = 0.2$, $\rho = 2350$ кг/м^3) высотой $h = 5$ м и радиусом $R = 0{,}5$ м под действием нагрузки $q = 11{,}1$ МПа и $q = 14{,}8$ МПа (соответственно уровень напряженного состояния 0,6 и 0,8 $q_{\text{нес}}$).

Граничные условия для консольной колонны имеют вид:

на оси: $r = 0$: $\quad u_r = 0, \partial u_r / \partial r = 0, \partial u_z / \partial z = 0$;

на свободной границе: $\quad r = R$: $\quad \sigma_r = 0$;

 ISSN 1562-9945

на верхней грани $z = 0$: $u_r = 0$, $\sigma_z = q$;

на нижней грани $z = h$: $u_r = 0$, $u_z = 0$.

Результаты расчетов сравнивались с аналогичными результатами, полученными по методу [1] вблизи основания колонны, то есть в слое с максимальным напряжением σ_z.

Таблица 1

Сравнительные результаты расчетов перемещений

	$u_r \cdot 10^4$, м		$u_z \cdot 10^2$, м	
	С учетом τ_{rz}	Без учета τ_{rz}	С учетом τ_{rz}	Без учета τ_{rz}
$q = 11{,}1$ МПа	0,41	0,37	0,196	0,201
$q = 14{,}8$ МПа	0,47	0,49	0,280	0,282

Как видно из табл. 1, перемещения практически совпадают. Напряжения $\sigma_z(i,j)$ совпадают с точностью до второго знака после запятой. Напряжения $\sigma_r(i,j)$, равные ранее нулю по всему сечению, теперь, вследствие учета касательных напряжений, несколько отличны от нуля (порядка 10^{-2} МПа). Однако если перейти к решению контактной [1] задачи между ядром и обоймой, соотношение между $\sigma_r(i,j)$ и контактной силой сохраняется, т.е. $F_\text{k} >> \sigma_r$. Поэтому полное радиальное напряжение в ядре, равное $F_\text{k} + \sigma_r$, останется прежним.

4. *Выводы.* Решение задачи о напряженно-деформированном состоянии сталебетонной колонны без учета касательных напряжений дает практически тот же результат, что и решение с учетом касательных напряжений $\tau_{rz} = 0$ в точках колонны.

При оценке несущей способности колонны можно использовать аналитический метод [1], в основу которого положены следующие предпосылки: поверхность поперечного сечения колонны после деформации остается перпендикулярной всем продольным волокнам; обойма и ядро в продольном направлении работают совместно вплоть до разрушения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чихладзе Э.Д., Веревичева М.А. Работа сталебетонных цилиндрических колонн при статическом кратковременном нагружении // Строительство, материаловедение, машиностроение: Сб. научн. тр. «Инновационные технологии диагностики, ремонт и

восстановление объектов строительства и транспорта» – Днепропетровск: ПГАСА, 2005. – Вып. 35. Часть 3. – С. 47 – 54.

2. Годфри Д. Теория упругости и пластичности. Киев: Будівельник, 1969. – 311с.
3. Яшин А.В. Теория деформирования бетона при простом и сложном нагружениях // Бетон и железобетон. – 1986. – №8. – С. 39 – 42.

Получено 03.05.2008 г.