УДК 539.3

Г.И.Щурук

ВЛИЯНИЕ ПЛОТНОСТИ ЖИДКОСТИ НА ВОЛНОВОЙ ПРОЦЕСС В ГИДРОУПРУГОЙ СИСТЕМЕ ОБОЛОЧКА-ВЯЗКАЯ ЖИДКОСТЬ

Введение. Существенной особенностью задач гидроупругости является необходимость совместного решения уравнений движения оболочки и уравнений гидродинамики жидкой среды. В результате движение системы оболочка-жидкость описывается сложной системой уравнений, получить решение которой в общем случае представляется весьма затруднительно. Поэтому при построении решений задачи необходимо привлекать те или иные модели для жидкости и оболочки.

Широкое применение в инженерной практике находят композиционные материалы, обладающие анизотропией деформативных и прочностных свойств, низкой сдвиговой жесткостью, конструктивной необнородностью. Они не укладываются в рамки обычной изотропной классической модели. Это относится также к трехслойным оболочкам, средний слой которых весьма податлив по отношению к сдвигу, где нельзя пренебрегать деформациями, соответствующими касательным напряжениям вдоль нормали. Во всех этих случаях целесообразно вести исследования на основе уточненных теорий оболочек. При выборе конкретной модели, адекватно описывающей реальные жидкостные наполнители, необходимо рассматривать модель вязкой сжимаемой жидкости.

При исследовании волновых процессов в гидроупругой системе для оболочки необходимо выбрать такую модель, уравнения движения для которой более полно описывают явление распространения волн. Кроме того, вязкая жидкость передает стенке оболочки не только нормальное давление, но и касательные усилия. Поэтому в данной задаче уместно учесть деформации поперечного сдвига и инерцию вращения нормальных элементов. Это приводит к теории оболочек типа С.П.Тимошенко. Для жидкой среды используется линеаризированная модель ньютоновской покоящейся вязкой сжимаемой жидкости.

Метод решения. Рассмотрим процесс распространения осесимметричных волн в системе ортотропная оболочка (радиуса R и толщины 2h) – вязкая сжимаемая жидкость. Используем линейные уравнения теории оболочек типа С.П.Тимошенко [1] и линеаризированные уравнения Навье-Стокса для покоящейся вязкой сжимаемой жидкости [2]. В рамках этих моделей система уравнений, описывающая совместные колебания гидроупругой системы, в цилиндрической системе координат (z,r,θ) будет иметь вид:

$$L\vec{u} = \vec{q}; \tag{1}$$

$$\frac{\partial \vec{\upsilon}}{\partial t} - \nu^* \Delta \vec{\upsilon} + \frac{1}{\rho_o^*} qradp - \frac{\nu^*}{3} qraddiv\vec{\upsilon} = 0; \quad \frac{1}{\rho_o^*}\frac{\partial \rho^*}{\partial t} + div\vec{\upsilon} = 0; \tag{2}$$

$$\frac{\partial p}{\partial \rho^*} = a_o^2, \ \ a_o = const; \quad \dot{u}_r = \upsilon_r; \ \dot{u}_z = \upsilon_z; \ \ q_r = -p_{rr}; \quad q_z = -p_{rz}; \tag{3}$$

$$p_{rr} = -p + \lambda^* \left(\frac{\partial \upsilon_r}{\partial r} + \frac{\partial \upsilon_z}{\partial z} + \frac{\upsilon_r}{r}\right) + 2\mu^* \frac{\partial \upsilon_r}{\partial r}; \ \ p_{rz} = \mu^* \left(\frac{\partial \upsilon_z}{\partial r} + \frac{\partial \upsilon_r}{\partial z}\right). \tag{4}$$

Здесь в уравнениях (1): L-матрица дифференциальных операторов теории оболочек типа С.П.Тимошенко [1]; $\vec{u} = \vec{u}(u_z, u_r)$ - вектор перемещений точек срединной поверхности оболочки; $\vec{q}$ - вектор усилия внешней нагрузки, приведенный к серединной поверхности оболочки. В уравнениях (2-4): $\vec{\upsilon}$-вектор скорости частиц жидкости; ρ^* и p-возмущения плотности и давления в жидкости; ρ_o^* и a_o-плотность и скорость звука в жидкости в состоянии покоя; ν^*, μ^*-кинематический и динамический коэффициенты вязкости; p_{rr}, p_{rz} - составляющие тензора напряжений в жидкости. Уравнения (3) – соответственно кинематические и динамические граничные условия, которые, в силу тонкостенности оболочки, будем удовлетворять на серединной поверхности (r=R). Соотношения (1)-(4) представляют замкнутую систему соотношений гидроупругости для ортотропной цилиндрической оболочки, содержащей вязкую сжимаемую жидкость.

Для решения этой системы соотношений используем представления общих решений уравнений гидродинамики вязкой сжимаемой жидкости через скалярные потенциалы [2]. Подставляя выражения для искомых функций в виде бегущих волн в уравнения исходной системы, используя условия на колеблющейся стенке (3), после ряда преобразований получим систему трех линейных однородных алгебраических уравнений относительно амплитуд. Из условия существования нетривиального решения такой системы получаем дисперсионное уравнение

$$\det\left\|A_{mn}\right\| = 0, \quad (m,n=1,2,3), \tag{5}$$

где $A_{mn} = A_{mn}(c,\Omega,\gamma,\rho_o^*,a_o,\nu^*,E_i,G_{ik},\nu_{ij},\rho_{об},\frac{2h}{R},J_n(\eta_j R),\eta_j)$, (i,j=1,2; k=2,3),

с-фазовая скорость; Ω-частота; γ-коэффициент затухания волн; E_i, G_{ik}-модули упругости при растяжении и сдвиге; ν_{ij}-коэффициенты Пуасона; $J_n(\eta_j R)$-функции Бесселя n-го порядка первого рода комплексного аргумента $\eta_j R$ [2].

Дисперсионное уравнение (5) является многопараметрическим трансцендентным уравнением и описывает процесс распространения осесимметричных волн в исследуемой гидроупругой системе.

Анализ результатов. Уравнение (5) позволяет исследовать влияние многих параметров оболочки и характеристик жидкости на фазовые скорости и коэффициенты затухания волн в системе. Ограничимся исследованием влияния на дисперсионные кривые такой характеристики жидкой среды, как ее плотность.

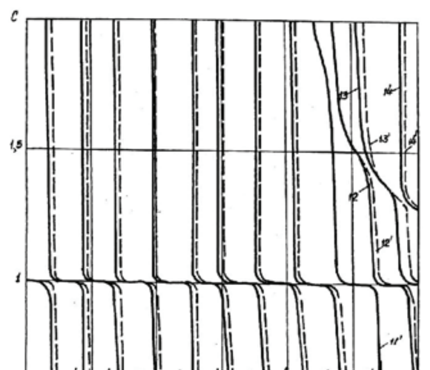

Рис.1

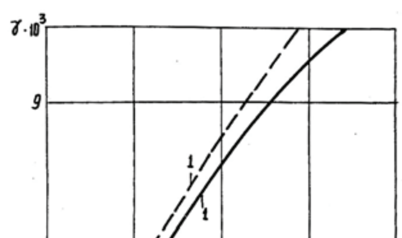

Рис.2

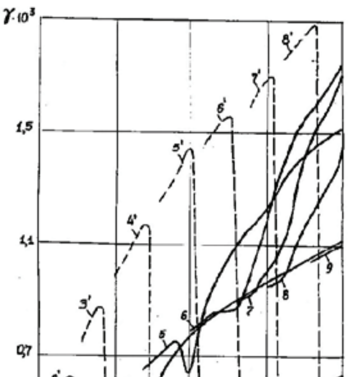

Рис.3

 ISSN 1562-9945

На рис.1 показано влияние относительной плотности вязкой жидкости (отношение $\bar{\rho}_0^* = \frac{\rho_0^*}{\rho_{об}}$) на характер дисперсионных кривых ортотропной оболочки (боропластик). Увеличение относительной плотности жидкости (сплошные линии соответствуют $\bar{\rho}_0^*$=0,6; а штриховые $-\bar{\rho}_0^*$=2) приводит к увеличению значений критических частот. Фазовая скорость первой моды при этом для низких частот ($\Omega_1 < 2$) уменьшается, фазовые скорости высших мод увеличиваются в окрестностях критических частот.

Характер влияния относительной плотности жидкости на зависимость коэффициента затухания γ от частоты Ω представлен на рис.2 (для первой моды) и на рис.3 (для 2ой и 8ой мод). Для первой моды характерна прямая зависимость γ от относительной плотности жидкости. Для мод более высокого порядка влияние $\bar{\rho}_0^*$ зависит от интервала частот. Существуют области частот, где увеличение $\bar{\rho}_0^*$ приводит к увеличению значений коэффициентов затухания (области критических частот), а также области частот, где увеличение $\bar{\rho}_0^*$ приводит к уменьшению значений коэффициентов затухания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Швец Р.К., Марчук Р.А. Колебания ортотропной цилиндрической оболочки типа Тимошенко, соприкасающейся со слоем жидкости // Мат. методы и физ.-мех. поля. –Киев: Наук. думка. –1975.- Вып.І.-С.135-140.
2. Гузь А.Н. Упругие волны в телах с начальными напряжениями. Т.2. Закономерности распространения.- Киев: Наук. думка, 1986.- 536с.

Получено 03.05.2008 г.