

УДК 534.21:537.226.86:537.634

В.В. Левченко, Л.П.Зинчук

## ОБЪЕМНЫЕ ВОЛНЫ СДВИГА В МЕТАЛЛИЗИРОВАННЫХ ФЕРРИТ-ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СРЕДАХ

**Введение.** Развитие современной техники обуславливает необходимость исследования физических процессов в структурах с усложненными физико-механическими свойствами. В частности, это касается композиционных материалов, образованных чередованием пьезоэлектрической и магнитострикционной компонент. Сочетание ферримагнитных и пьезоэлектрических слоев в радиоэлектронных устройствах обеспечивает дополнительные способы управления распространением сигналов, в первую очередь, благодаря взаимодействию механической, электрической и магнитной составляющей.

Значительная часть работ по изучению акустических свойств слоистых сред посвящена исследованию объемных и поверхностных колебаний в регулярно-слоистых системах, обзор которых можно найти в [7,8,10]. Магнитоупругие и электроупругие сдвиговые волны в слоисто-периодических структурах рассматривались в [1-5,9]. В [6] построены дисперсионные уравнения для нормальных волн, распространяющихся в структурах феррит-пьезоэлектрик. Целью настоящей работы является исследование влияния металлизации и геометрических параметров порождающего пакета слоев на условия существования магнитоэлектроупругих объемных волн сдвига в регулярно-слоистых феррит-пьезоэлектрических средах.

**Постановка задачи и метод решения.** Пусть в декартовой системе координат  $Oxyz$  рассматриваемая слоистая структура моделируется периодическим повторением вдоль оси  $ox$  «порождающего пакета», состоящего из трех слоев: пьезоэлектрического слоя класса 6мм толщины  $h_{p1}$ , слоя феррита кубической симметрии толщины  $h_f$  и второго пьезоэлектрического слоя того же класса толщины  $h_{p2}$ . Предполагается, что поверхности пакета металлизированы, при этом механические свойства поверхностей не учитываются, а принимается во внимание лишь их экранирующий эффект. Ось  $ox$  декартовой системы координат совмещена с соответствующими

кристаллографическими осями феррита и пьезоэлектрика и перпендикулярна плоскостям раздела слоев, а плоскость  $oy$  совпадает с границей первого слоя в пакете. Предположим, что волна в исследуемом пространстве распространяется вдоль оси  $oy$ . Постоянное магнитное поле  $H_0$  направлено вдоль оси  $oz$ , которая является и осью симметрии для пьезоэлектрика. Волновой процесс в слоях феррита и пьезоэлектрика описывается соответственно линеаризированными системами уравнений магнито- и электроупругости.

В безобменном и магнитостатическом приближениях распространение гармонических (предполагается зависимость по времени  $\exp(-i\omega t)$ ) магнитоэлектроупругих волн сдвига в пьезоэлектрических слоях описывается системой [3]

$$\rho_p \partial_t^2 u_p = c_{44,p}^* \Delta u_p, \quad \Delta \psi_p = 0, \quad \Delta \varphi_{p0} = 0. \quad (1)$$

а в слоях феррита соответственно системой [4]

$$\rho_f \partial_t^2 u_f = c_{44,f}^* \Delta u_f, \quad \Delta \psi_f = 0, \quad \Delta \varphi_{f0} = 0. \quad (2)$$

В системах уравнений (1) и (2) приняты обозначения:

$$\omega_0 = \sqrt{\omega_H(\omega_H + \omega_M)}, \quad c_{44,f}^* = c_{44,f} \left( 1 + \gamma^2 b^2 H_0 / \left( c_{44,f} M (\omega^2 - \omega_0^2) \right) \right),$$

$c_{44,p}^* = c_{44,p} + e_{15,p}^2 / \varepsilon_{11,p}$ ,  $\omega_H = \gamma H_0$ ,  $\omega_M = 4\pi\gamma M$ ,  $\gamma$  – гиромагнитная постоянная,  $M$  – намагниченность насыщения феррита,  $\psi_f = \varphi_f - (4\pi\gamma^2 b H_0 / \omega^2 - \omega_0^2) u_f$ ,  $\psi_p = \varphi_p - (e_{15,p} / \varepsilon_{11,p}) u_p$ ,  $b$  – магнитоупругая постоянная,  $\varphi_f$ ,  $\varphi_{f0}$  – магнитные потенциалы соответственно в феррите и пьезоэлектрике,  $\varphi_p$ ,  $\varphi_{p0}$  – электростатические потенциалы соответственно в пьезоэлектрике и феррите. В дальнейшем будем обозначать параметры, соответствующие различным пьезоэлектрическим слоям в пакете, соответственно с индексами  $p1$ ,  $p2$  и  $f0,1$ ,  $f0,2$ .

Решение системы уравнений (1)–(2) в каждом из слоев будем искать в виде

$$u_{p1} = B_{p1,n}^{(1)} \sin \Omega_{p1} \left( x - x_{n,p1}^* \right) + B_{p1,n}^{(2)} \cos \Omega_{p1} \left( x - x_{n,p1}^* \right),$$

$$\varphi_{f0,1} = A_{p1,n}^{(1)} \operatorname{sh} k \left( x - x_{n,p1}^* \right) + A_{p1,n}^{(2)} \operatorname{ch} k \left( x - x_{n,p1}^* \right),$$

$$\begin{aligned}
\psi_{p1} &= D_{p1,n}^{(1)} \operatorname{sh} k \left( x - x_{n,p1}^* \right) + D_{p1,n}^{(2)} \operatorname{ch} k \left( x - x_{n,p1}^* \right), \\
&\quad x_{n-1,p2}^* < x < x_{n,p1}^*; \\
u_f &= B_{f,n}^{(1)} \sin \Omega_f \left( x - x_{n,f}^* \right) + B_{f,n}^{(2)} \cos \Omega_f \left( x - x_{n,f}^* \right), \\
\psi_f &= A_{f,n}^{(1)} \operatorname{sh} k \left( x - x_{n,f}^* \right) + A_{f,n}^{(2)} \operatorname{ch} k \left( x - x_{n,f}^* \right), \\
\varphi_{p0} &= D_{f,n}^{(1)} \operatorname{sh} k \left( x - x_{n,f}^* \right) + D_{f,n}^{(2)} \operatorname{ch} k \left( x - x_{n,f}^* \right), \\
&\quad x_{n,p1}^* < x < x_{n,f}^*; \\
u_{p2} &= B_{p2,n}^{(1)} \sin \Omega_{p2} \left( x - x_{n,p2}^* \right) + B_{p2,n}^{(2)} \cos \Omega_{p2} \left( x - x_{n,p2}^* \right), \\
\varphi_{f0,2} &= A_{p2,n}^{(1)} \operatorname{sh} k \left( x - x_{n,p2}^* \right) + A_{p2,n}^{(2)} \operatorname{ch} k \left( x - x_{n,p2}^* \right) \\
\psi_{p2} &= D_{p2,n}^{(1)} \operatorname{sh} k \left( x - x_{n,p2}^* \right) + D_{p2,n}^{(2)} \operatorname{ch} k \left( x - x_{n,p2}^* \right), \\
&\quad x_{n,f}^* < x < x_{n,p2}^*; \\
n &= 0, \pm 1, 2, \dots,
\end{aligned} \tag{3}$$

где  $x_{n,p1}^* = (n-1)h + h_{p1}$ ,  $x_{n,f}^* = (n-1)h + h_{p1} + h_f$ ,  $x_{n,p2}^* = nh$ ,  
 $h = h_{p1} + h_f + h_{p2}$ ,  $\Omega_f = \sqrt{k_f^2 - k^2}$ ,  $k_f^2 = \omega^2/c_f^2$ ,  $c_f^2 = c_{44,f}^*/\rho_f$ ,  
 $\Omega_{pj} = \sqrt{k_{pj}^2 - k^2}$ ,  $k_{pj}^2 = \omega^2/c_{pj}^2$ ,  $c_{pj}^2 = c_{44,pj}^*/\rho_{pj}$ , ( $j = 1, 2$ ).

В решениях (3) множитель  $\exp(i\delta ky - i\omega t)$  опущен. Величина  $\delta = \pm 1$ , что соответствует распространению волн в положительном или отрицательном направлении оси  $oy$  соответственно.

Будем предполагать, что на внутренних плоскостях раздела свойств пакета выполняются условия [3,5]:

(граница пьезоэлектрик – феррит)

$$\begin{aligned}
c_{44,f}^* \partial_x u_f + b^* \partial_x \psi_f &= c_{44,pj}^* \partial_x u_{pj} + b^* \partial_x \varphi_{f0} + e_{15,pj} \partial_x \psi_{pj}, \quad u_f = u_{pj}, \\
\psi_f + C^{(4)} u_f &= \varphi_{f0,j}, \quad C_0^{(1)} \partial_x \psi_f + C_0^{(2)} \partial_y \psi_f + C_0^{(3)} \partial_y u_f = \partial_x \varphi_{f0,j}, \\
\varphi_{p0} &= \varphi_{pj}, \quad \varepsilon_{11,f} \partial_x \varphi_{p0} = \varepsilon_{11,p} \partial_x \psi_{pj}, \quad (j = 1, 2);
\end{aligned} \tag{4}$$

(граница пьезоэлектрик 1 – металл – пьезоэлектрик 2)

$$\begin{aligned}
c_{44,p1}^* \partial_x u_{p1} + e_{15,p1} \partial_x \psi_{p1} &= c_{44,p2}^* \partial_x u_{p2} + e_{15,p2} \partial_x \psi_{p2}, \\
u_{p1} &= u_{p2}, \quad \varphi_{pj} = 0, \quad \partial_x \varphi_{f0,j} = 0 \quad (j = 1, 2).
\end{aligned} \tag{5}$$

Подставляя решения (3) в граничные условия (4), (5), получим систему уравнений относительно неизвестных  $\vec{B}_{p1,n} = \text{col}\left(B_{p1,n}^{(1)}, B_{p1,n}^{(2)}\right)$ ,

$$\vec{B}_{p2,n} = \text{col}\left(B_{p2,n}^{(1)}, B_{p2,n}^{(2)}\right), \quad \vec{B}_{f,n} = \text{col}\left(B_{f,n}^{(1)}, B_{f,n}^{(2)}\right), \quad \vec{A}_{p1,n} = \text{col}\left(A_{p1,n}^{(1)}, A_{p1,n}^{(2)}\right),$$

$$\vec{A}_{p2,n} = \text{col}\left(A_{p2,n}^{(1)}, A_{p2,n}^{(2)}\right), \quad \vec{A}_{f,n} = \text{col}\left(A_{f,n}^{(1)}, A_{f,n}^{(2)}\right), \quad \vec{D}_{p1,n} = \text{col}\left(D_{p1,n}^{(1)}, D_{p1,n}^{(2)}\right),$$

$$\vec{D}_{p2,n} = \text{col}\left(D_{p2,n}^{(1)}, D_{p2,n}^{(2)}\right), \quad \vec{D}_{f,n} = \text{col}\left(D_{f,n}^{(1)}, D_{f,n}^{(2)}\right) \text{ вида}$$

$$N(a_{p1}; \theta_{p1})\vec{B}_{p1,n} + N_u(e_{15,p1}; \tilde{k}_{p1})\vec{D}_{p1,n} + N_{u2}(b^*; \tilde{k}_{p1})\vec{A}_{p1} =$$

$$= N(a_f; 0)\vec{B}_{f,n} + N_{u2}(b^*; 0)\vec{A}_{f,n},$$

$$N(a_f; \theta_f)\vec{B}_{f,n} + N_{u2}(b^*; \tilde{k}_f)\vec{A}_{f,n} =$$

$$= N(a_{p2}; 0)\vec{B}_{p2,n} + N_u(e_{15,p2}; 0)\vec{D}_{p2,n} + N_{u2}(b^*; 0)\vec{A}_{p2,n}, \quad (6)$$

$$N(a_{p2}; \theta_{p2})\vec{B}_{p2,n} + N_u(e_{15,p2}; \tilde{k}_{p2})\vec{D}_{p2,n} =$$

$$= N(a_{p1}; 0)\vec{B}_{p1,n+1} + N_u(e_{15,p1}; 0)\vec{D}_{p1,n+1},$$

$$M_{p1}(\tilde{k}_{p1})\vec{A}_{p1,n} = M_f(b; 0)\vec{A}_{f,n} + N_{fu}(b; 0)\vec{B}_{f,n},$$

$$M_f(b; \tilde{k}_f)\vec{A}_{f,n} + N_{fu}(b; \theta_f)\vec{B}_{f,n} = M_{p2}(0)\vec{A}_{p2,n},$$

$$\vec{M}_{p2}^{(2)}(\tilde{k}_{p2})\vec{A}_{p2,n} = 0, \quad \vec{M}_{p1}^{(2)}(0)\vec{A}_{p1,n+1} = 0,$$

$$E(e_{11,p1}; \tilde{k}_{p1})\vec{D}_{p1,n} + N_{pu}(e_{15,p1}; \tilde{k}_{p1})\vec{B}_{p1,n} = E(e_{11,f}; 0)\vec{D}_{f,n},$$

$$E(e_{11,f}; \tilde{k}_f)\vec{D}_{f,n} = E(e_{11,p2}; 0)\vec{D}_{p2,n} + N_{pu}(e_{15,p2}; 0)\vec{B}_{p2,n},$$

$$\vec{E}^{(2)}(e_{11,p1}; 0)\vec{D}_{p1,n+1} + \vec{N}_{pu}^{(2)}(e_{15,p1}; 0)\vec{B}_{p1,n+1} = 0,$$

$$\vec{E}^{(2)}(e_{11,p2}; \tilde{k}_{p2})\vec{D}_{p2,n} + \vec{N}_{pu}^{(2)}(e_{15,p2}; \theta_{p2})\vec{B}_{p2,n} = 0,$$

где введены обозначения

$$N(a_{pj}; \theta_{pj}) = \begin{bmatrix} a_{pj} \cos \theta_{pj} & a_{pi} \sin \theta_{pj} \\ -\sin \theta_{pj} & \cos \theta_{pj} \end{bmatrix},$$

$$N_u(e_{15,pj}; \tilde{k}_{pj}) = \begin{bmatrix} k e_{15,pj} \operatorname{ch} \tilde{k}_{pj} & -k e_{15,pj} \operatorname{sh} \tilde{k}_{pj} \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$N(a_f; \theta_f) = \begin{bmatrix} a_f \cos \theta_f & -a_f \sin \theta_f \\ -\sin \theta_f & \cos \theta_f \end{bmatrix}, \quad N_{u2}(b^*; \tilde{k}_f) = \begin{bmatrix} k b^* \operatorname{ch} \tilde{k}_f & -k b^* \operatorname{sh} \tilde{k}_f \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
N_{pu}(e_{15,pj}; \theta_{pj}) &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{e_{15,pj}}{\varepsilon_{11,pj}} \sin \theta_{pj} & \frac{e_{15,pj}}{\varepsilon_{11,pj}} \cos \theta_{pj} \end{bmatrix}, \\
E(\varepsilon_{11,pj}; \tilde{k}_{pj}) &= \begin{bmatrix} \varepsilon_{11,pj} ch \tilde{k}_{pj} & -\varepsilon_{11,pj} sh \tilde{k}_{pj} \\ sh \tilde{k}_{pj} & ch \tilde{k}_{pj} \end{bmatrix}, \\
M_f(b; \tilde{k}_f) &= \begin{bmatrix} C^{(1)} ch \tilde{k}_f - C^{(2)} sh \tilde{k}_f & -C^{(1)} sh \tilde{k}_f + C^{(2)} ch \tilde{k}_f \\ -sh \tilde{k}_f & ch \tilde{k}_f \end{bmatrix}, \\
M_{pj}(\tilde{k}_{pj}) &= \begin{bmatrix} k ch \tilde{k}_{pj} & -k sh \tilde{k}_{pj} \\ -sh \tilde{k}_{pj} & ch \tilde{k}_{pj} \end{bmatrix}, \quad N_{fu}(b; \theta_f) = \begin{bmatrix} -C^{(3)} \sin \theta_f & C^{(3)} \cos \theta_f \\ -C^{(4)} \sin \theta_f & \cos \theta_f \end{bmatrix}, \\
a_{pj} = c_{44,pj}^* \Omega_{pj}, \quad \tilde{k}_{pj} &= kh_{pj}, \quad (j=1,2), \quad a_f = c_{44,f}^* \Omega_f, \quad \tilde{k}_f = kh_f, \\
b^* = b/4\pi M, \quad C^{(1)} &= kC_0^{(1)}, \quad C^{(2)} = i\sigma k C_0^{(2)}, \quad C^{(3)} = i\sigma k C_0^{(3)}. \text{ Векторы-строки} \\
\vec{E}^{(i)}, \quad \vec{N}_{pu}^{(i)}, \quad \vec{M}_{p1}^{(i)}, \quad \vec{M}_{p2}^{(i)} &- \text{образованы } i \text{-й строкой соответствующей} \\
\text{матрицы, а коэффициенты } C_0^{(1)}, \quad C_0^{(2)}, \quad C_0^{(3)}, \quad C^{(4)} &\text{представлены в работе} \\
[5]. &
\end{aligned}$$

Выполнив ряд преобразований, можно установить следующие соотношения между неизвестными

$$\begin{aligned}
\vec{D}_{p1,n} &= P_{11} \vec{B}_{p1,n} + P_{12} \vec{B}_{p2,n}, \quad \vec{D}_{p2,n} = P_{21} \vec{B}_{p1,n} + P_{22} \vec{B}_{p2,n}, \\
\vec{A}_{p1,n} &= P_{p1} \vec{B}_{f,n}, \quad \vec{A}_{p2,n} = P_{p2} \vec{B}_{f,n}, \quad \vec{A}_{f,n} = P_f \vec{B}_{f,n},
\end{aligned}$$

где элементы матриц  $P_f, P_{p1}, P_{p2}$  введены в [5],  $P_{lm}^{ij}$ , элементы матриц  $P_{lm}$ , имеют вид

$$\begin{aligned}
\vec{P}_{11}^{(1)} &= \frac{1}{\varepsilon_{11,p1} E_{pe}^{21}} \left\{ \vec{E}^0 - \vec{E}_{p2}^{(2)} E_0 N_{pu}(e_{15,p1}^*; \theta_{p1}) \right\}, \\
\vec{P}_{12}^{(1)} &= \frac{1}{\varepsilon_{11,p1} E_{pe}^{21}} \left\{ \vec{E}_{p2}^{(2)} N_{pu}(e_{15,p2}^*; 0) - \vec{N}_{pu}^{(2)}(e_{15,p2}^*; \theta_{p2}) \right\}, \\
P_{11}^{21} &= P_{12}^{21} = P_{12}^{22} = 0, \quad P_{11}^{22} = -e_{15,p1}^* e_{15,pj}^* = \frac{ke_{15,pj}}{\varepsilon_{11,pj}}, \\
P_{21} &= E^{-1}(\varepsilon_{11,p2}; 0) E_0 E(\varepsilon_{11,p1}; \tilde{k}_{p1}) P_{11} + N_{pu}(e_{15,p1}^*; \theta_{p1}), \\
P_{22} &= E^{-1}(\varepsilon_{11,p2}; 0) \left( E_0 E(\varepsilon_{11,p1}; \tilde{k}_{p1}) P_{12} - N_{pu}(e_{15,p2}^*; 0) \right), \\
E_{pe} &= E_{p1} E_0 E_{p2}, \quad E_{pj} = E(\varepsilon_{11,pj}; \tilde{k}_{pj}) E^{-1}(\varepsilon_{11,pj}; 0),
\end{aligned}$$

$E_0 = E(\varepsilon_{11,f}; \tilde{k}_f)E^{-1}(\varepsilon_{11,f}; 0)$ ,  $\vec{E}^{(0)} = [0; 1]$ ,  
 а векторы-строки  $\vec{E}_{pj}^{(i)}$ ,  $\vec{N}_{pu}^{(i)}$ ,  $\vec{P}^{(i)}$  – образованы  $i$ -й строкой  
 соответствующей матрицы.

Это позволяет свести систему уравнений (6) к виду

$$\begin{aligned} N^*(a_{p1}; \theta_{p1})\vec{B}_{p1,n} &= N^*(a_f; 0)\vec{B}_{f,n}, \\ N^*(a_f; \theta_f)\vec{B}_{f,n} &= N^*(a_{p2}; 0)\vec{B}_{p2,n}, \\ N^*(a_{p2}; \theta_{p2})\vec{B}_{p2,n} &= N^*(a_{p1}; 0)\vec{B}_{p1,n+1}. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь приняты обозначения

$$\begin{aligned} N^*(a_{p1}; \theta_{p1}) &= N(a_{p1}; \theta_{p1}) + N_u(e_{15,p1}; \tilde{k}_{p1})P_{11} + N_u(e_{15,p1}; \tilde{k}_{p1})P_{12}K, \\ N^*(a_{p1}; 0) &= N(a_{p1}; 0) + N_u(e_{15,p1}; 0)P_{11} + N_u(e_{15,p1}; \tilde{k}_{p1})P_{21}K^{-1}, \\ N^*(a_{p2}; \theta_{p2}) &= N(a_{p2}; \theta_{p2}) + N_u(e_{15,p2}; \tilde{k}_{p2})P_{22} + N_u(e_{15,p2}; \tilde{k}_{p2})P_{21}K^{-1}, \\ N^*(a_{p2}; 0) &= N(a_{p2}; 0) + N_u(e_{15,p2}; 0)P_{22} + N_u(e_{15,p2}; \tilde{k}_{p2})P_{12}K, \\ K &= (N(a_f; \theta_f)(N(a_f; 0))^{-1}N(a_{p1}; \theta_{p1}) - N_u(e_{15,p2}; 0)P_{21}) \times \\ &\quad \times (N(a_{p2}; 0) - N(a_f; \theta_f)(N(a_f; 0))^{-1}N_u(e_{15,p1}; \tilde{k}_{p1})P_{12})^{-1}, \\ N^*(a_f; \theta_f) &= N(a_f; \theta_f) + N_{u2}(b^*; \tilde{k}_f)P_f - N_{u2}(b^*; 0)P_{p2}, \\ N^*(a_f; 0) &= N(a_f; 0) + N_{u2}(b^*; 0)P_f - N_{u2}(b^*; \tilde{k}_{p1})P_{p1}. \end{aligned}$$

Такое представление системы уравнений дает возможность применить подход, развитый в [7], и позволяет свести вопрос о существовании объемных волн в рассматриваемой структуре к исследованию свойств характеристического уравнения матрицы второго порядка вида

$$N_{pf} = N^*(a_{p1}; \theta_{p1}) \left( N^*(a_{p1}; 0) \right)^{-1} N^*(a_f; \theta_f) \left( N^*(a_f; 0) \right)^{-1} N^*(a_{p2}; \theta_{p2}) \left( N^*(a_{p2}; 0) \right)^{-1}.$$

**Анализ результатов и выводы.** В общем случае  $\det N_{pf} \neq 1$ , а это означает, что характеристическое уравнение матрицы  $N_{pf}$  не будет возвратным. Невозвратность характеристического уравнения обусловлена наличием в пакете слоя с магнитоупругими свойствами. В работах [4, 5, 7] показано, что необходимым условием существования объемных волн в структурах, подобных рассматриваемой, является требование равенства единице определителя передаточной матрицы порождающего пакета слоев.

Анализ выражения  $\det N_{pf}$  показал, что в случае равенства толщин пьезоэлектрических слоев  $h_{p1} = h_{p2}$  значение  $\det N_{pf} = 1$ , а характеристическое уравнение матрицы  $N_{pf}$  становится возвратным. При этом совпадения механических свойств пьезоэлектрических слоев не требуется. В этих случаях условие существования объемных магнитоэлектроупругих волн имеет вид

$$|b_{pf}| \leq 1, b_{pf} = SpurN_{pf}/2.$$

Отметим также, что при равенстве толщин обрамляющих пьезоэлектрических слоев распространение магнитостатических волн обладает свойством взаимности. Таким образом, можно заключить, что характеристическое уравнение передаточной матрицы для магнитоэлектроупругих волн будет возвратным, если распространение магнитостатических волн в структуре будет взаимным.

Анализ выражения  $\det N_{pf}$  в общем случае позволяет заключить, что отличие  $\det N_{pf}$  от единицы зависит от несимметричности свойств пакета относительно плоскости  $x = h_{p1} + h_f/2$ , а величина  $|\det N_{pf} - 1|$  отличается от единицы в 3-5 знаке после запятой во всем диапазоне частот, за исключением окрестностей частот взаимодействия волн, где отличие от единицы существенно.

Для понимания особенностей распространения волн, обусловленных наличием спектров упругих и магнитостатических волн, важно знать характер формирования этих спектров в рассматриваемых структурах. Отметим, что решение дисперсионных уравнений для магнитостатических волн в нашем случае локализовано в диапазоне частот  $\left[ \omega_H + \frac{\omega_M}{2}; \omega_H + \omega_M \right]$ . При отсутствии металлизации в структуре будут существовать объемные магнитостатические волны, локализованные в интервале  $\left[ \omega_0; \omega_H + \frac{\omega_M}{2} \right]$ . Если  $h_{pi} \rightarrow 0$ , то дисперсионные кривые для магнитостатических волн вырождаются в прямую  $\omega = \omega_H + \omega_M$ . Объемные магнитоупругие волны будут существовать и при нулевых толщинах пьезоэлектрических слоев, а основные эффекты

взаимодействия волн будут иметь место в окрестности частоты  $\omega_H + \omega_M$ . В этом проявляется один из эффектов металлизации. В случае роста отношения  $h_{pi}/h_f$  дисперсионная кривая для магнитостатических волн зарождается при частотах все более близких к частоте  $\omega_H + \frac{\omega_M}{2}$ .

Анализ результатов позволяет выявить ряд особенностей распространения объемных волн. В магнитоэлектроупругом случае дисперсионная кривая для магнитостатических волн распадается на две кривые  $b_{pf} = 1$  и  $b_{pf} = -1$ . Вне окрестностей границ зон пропускания эти кривые практически сливаются. В окрестности этих зон происходит их расщепление, и кривые, соответствующие одному значению  $b_{pf}$ , взаимодействуют. После расталкивания высшая дисперсионная кривая переходит в низшую, и с удалением от точки расталкивания принимает наклон (групповую скорость) низшей.

Таким образом, в работе получены дисперсионные соотношения для объемных магнитоэлектроупругих волн сдвига и исследовано влияние металлизации и геометрических параметров порождающего пакета слоев на условия существования таких волн в регулярно-слоистых феррит-пьезоэлектрических средах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Зинчук Л.П., Подлипенец А.Н., Шульга Н.А. Электроупругие сдвиговые волны в стратифицированной периодической среде // Прикл. мех.- 1988.- **24**, № 3.- С. 45–51.
2. Зинчук Л.П., Левченко В.В., Шульга Н.А. Распространение объемных электроупругих волн сдвига в регулярно-слоистой среде типа металл – пьезоэлектрик //Мат. методы и физ.- мех. поля.- 1989.- Вып. 30.- С.4–8.
3. Зинчук Л.П., Подлипенец А.Н. Поверхностные сдвиговые волны в слоистых композициях "металл–пьезокерамика" // Прикл. механика.- 1989. – **25**, № 11.- С.54–61.
4. Левченко В.В. Магнитоупругие объемные волны сдвига в регулярно-слоистых феррит-диэлектрических структурах // Прикл. механика. -1990. -**26**, №2. –С. 36–41.
5. Левченко В.В. О влиянии металлизации на распространение объемных магнитоупругих волн сдвига в периодических структурах // Прикл. механика. -2003. -**38**, № 12. –С. 53–60.
6. Левченко В.В., Зинчук Л.П. Распространение магнитоэлектроупругих сдвиговых волн в слоисто–периодических структурах типа «феррит–пьезоэлектрик» // Системні технології.

Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Вип. 4 (51). – Дніпропетровськ, 2007. – С. 21–26.

7. Шульга Н.А. Основы механики слоистых сред периодической структуры. – К.: Наук. думка, 1981. – 200 с.
8. Шульга Н.А., Подлипенец А.Н. Объемные волны в слоистых композитах // Динамика и устойчивость материалов – К.: Наук. думка, 1993. – С. 35–83. (Механика композитов: В 12 т. Т.2).
9. Шульга М.О., Левченко В.В. Поверхневі магнітопружні хвилі в ферит-метал-діелектричній регулярно-шаруватій структурі // Доп. НАНУ – 1996. – № 6. – С. 63 – 67.
10. Шульга Н.А. Распространение связанных волн в периодически-неоднородных средах при взаимодействии с электромагнитным полем // Прикл. механика. – 2003. – 39, № 10. – С. 38 – 68.

Получено 17.04.2008 г.