УДК 539.3

Р.С.Мусій, Н.Б.Мельник, Н.Б.Гіссовська, К.В.Шиндер

ВИЗНАЧЕННЯ НЕСУЧОЇ ЗДАТНОСТІ ЕЛЕКТРОПРОВІДНИХ ТІЛ КАНОНІЧНОЇ ФОРМИ ЗА ДІЇ ІМПУЛЬСНИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ПОЛІВ

При виготовленні багатьох технічних приладів і пристроїв широко використовуються елементи конструкцій у вигляді електропровідних тіл канонічної форми – пластин, циліндрів і куль, як однорідних, та і біметалевих. Під час експлуатації пристроїв їх конструктивні елементи зазнають дії різноманітних фізичних факторів, зокрема, імпульсного електромагнітного поля (ЕМП). Тому виникає проблема збереження несучої здатності конструктивних елементів за такої дії, від чого залежить надійність роботи пристроїв.

Для вирішення даної проблеми необхідно визначити інтенсивність напружень σ_i за різних часових та амплітудно-частотних параметрів імпульсного ЕМП і порівняти їх з межею пружної деформації σ_d матеріалу однорідного чи матеріалів складових $p=1,2$ шарів біметалевого тіла. Несуча здатність буде зберігатись за умови, що $\sigma_i<\sigma_d$ [1] для однорідного і $\sigma_i^{(p)}<\sigma_d^{(p)}$ для біметалевого тіла. Фізико-механічні характеристики матеріалу електропровідного тіла приймаються сталими.

Інтенсивності напружень σ_i чи $\sigma_i^{(p)}$ в розглядуваних тілах визначаються на основі відомої розрахункової схеми визначення термонапруженого стану електропровідних тіл [2], яка складається з трьох етапів. На першому етапі записуються співвідношення для визначення параметрів ЕМП і вирази для джоулевого тепла Q і пондеромоторних сил $\vec{F}$. Якщо за ключову функцію вибрано вектор напруженості магнітного поля $\vec{H}$, то питомі густини джоулевого тепла і пондеромоторних сил визначаються формулами

$$Q=\frac{1}{\sigma}\left(rot\vec{H}\right)^2,\ \vec{F}=\mu\cdot rot\vec{H}\times\vec{H}, \tag{1}$$

де σ- коефіцієнт електропровідності, μ - магнітна проникливість матеріалу електропровідного тіла. На другому етапі за відомим розподілом джоулевого тепла Q з рівняння теплопровідності за врахування умов конвективного теплообміну на зовнішніх поверхнях тіла визначається температура T в тілі. На третьому етапі за відомими виразами понедеромоторних сил $\vec{F}$ і температури T із рівнянь динамічної термопружності в напруженнях [3] визначаються компоненти σ_{ik} $\left(i,k=\overline{1,3}\right)$ тензора напружень $\hat{\sigma}$, які подаються у вигляді суми двох складових $\sigma_{ik}=\sigma_{ik}^{Q}+\sigma_{ik}^{F}$. Тут σ_{ik}^{Q} - напруження, зумовлені джоулевим теплом Q, а σ_{ik}^{F} - дією пондеромоторних сил $\vec{F}$. Зауважимо, що у випадку біметалевих тіл приймається, що в області з'єднання складових p шарів виконуються умови ідеального електромагнітного, теплового і механічного контактів. За знайденими компонентами σ_{ik} тензора сумарних напружень $\hat{\sigma}$ визначаються інтенсивності цих напружень $\sigma_i=\sqrt{\left(3I_2\left(\hat{\sigma}\right)-I_1^2\left(\hat{\sigma}\right)\right)/2}$. Тут $I_j\left(\hat{\sigma}\right)$, $\left(j=1,2\right)$ – j-ий інваріант тензора напружень в тілі. Після знаходження σ_i аналізуються параметри імпульсного ЕМП, за яких виконується умова $\sigma_i<\sigma_d$.

Згідно прийнятої розрахункової схеми вихідне рівняння на відповідну компоненту H_i вектора $\vec{H}$ буде

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{m}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)H_i-\sigma\mu\frac{\partial H_i}{\partial t}=0. \tag{2}$$

Тут: $i=y$, $m=0$, $r\equiv z$ – для пластин; $i=z$, $m=1$ – для циліндрів; $i=\varphi$, $m=2$ – для куль. Початкова умова за відсутності ЕМП в даному тілі при $t=0$ буде $H_i\left(r,0\right)=0$. За знайденою функцією $H_i\left(r,t\right)$ вирази питомих густин джоулевих тепловиділень і пондеромоторних сил записуються формулами (1).

Температура T і напруження σ_{jj}^{Q} визначаються зі системи рівнянь

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{m}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)T-\frac{1}{\kappa}\frac{\partial T}{\partial t}+\frac{Q}{\lambda}=0, \tag{3}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{\kappa}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)\sigma_{rr}^{Q}-\frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2\sigma_{rr}^{Q}}{\partial t^2}=\alpha\rho\frac{1+\nu}{1-\nu}\frac{\partial^2 T}{\partial t^2}-\frac{\alpha E}{1-\nu}\cdot\frac{l}{r}\cdot\frac{\partial T}{\partial r}, \tag{4}$$

$$\frac{\partial^2\sigma_{\varphi\varphi}^Q}{\partial t^2}+\frac{2c_2^2}{1-\nu}\frac{p}{r^2}\sigma_{\varphi\varphi}^Q=\frac{2c_2^2}{1-\nu}\cdot\frac{p}{r^2}\frac{\partial\left(r\sigma_{rr}^Q\right)}{\partial r}+\frac{\nu}{1-\nu}\frac{\partial^2\sigma_{rr}^Q}{\partial t^2}-\frac{\alpha E}{1-\nu}\frac{\partial^2 T}{\partial t^2}, \tag{5}$$

$$\sigma_{zz}^Q=\nu\left(\sigma_{rr}^Q+\sigma_{\varphi\varphi}^Q\right)-\alpha ET,\ \sigma_{\theta\theta}^Q\equiv\sigma_{\varphi\varphi}^Q \tag{6}$$

за початкових умов

$$T\left(r,0\right)=0,\ \sigma_{jj}^Q\left(r,0\right)=0,\ \frac{\partial\sigma_{jj}^Q\left(r,0\right)}{\partial t}=-\frac{\alpha E}{1-\nu}\frac{\partial T\left(r,0\right)}{\partial t}. \tag{7}$$

Тут: $j=x,y,z$; $\kappa=0$; $l=0$; $\sigma_{rr}^Q=\sigma_{zz}^Q$; $\sigma_{xx}^Q=\sigma_{yy}^Q=\dfrac{\nu}{1-\nu}\sigma_{zz}^Q-\dfrac{\alpha E}{1-2\nu}T$ – для пластин і σ_{zz}^Q визначається з рівняння (4); $j=r,\varphi,z$; $\kappa=3$; $l=1$; $p=1$ – для циліндрів, а напруження σ_{jj} знаходяться на основі рівнянь (4), (5) і першого співвідношення (6); $j=r,\theta,\varphi$; $\kappa=4$; $l=2$; $p=2$ – для куль, а напруження σ_{jj} - на основі рівнянь (4), (5) і другого співвідношення (6).

Напруження σ_{jj}^F описуються системою рівнянь

$$\begin{gathered}\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{\kappa}{r}\frac{\partial}{\partial r}\right)\sigma_{rr}^F-\frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2\sigma_{rr}^F}{\partial t^2}=-\frac{n}{1-\nu}\frac{F_r}{r}-\frac{\partial F_r}{\partial r},\\ \frac{\partial^2\sigma_{\varphi\varphi}^F}{\partial t^2}+\frac{2c_2^2}{1-\nu}\cdot\frac{p}{r^2}\sigma_{\varphi\varphi}^F=\frac{2c_2^2}{1-\nu}\left[\frac{p}{r^2}\frac{\partial\left(r\sigma_{rr}^F\right)}{\partial r}+\frac{F_r}{r}\right]+\frac{\nu}{1-\nu}\frac{\partial^2\sigma_{rr}^F}{\partial t^2},\\ \sigma_{zz}^F=\nu\left(\sigma_{rr}^F+\sigma_{\varphi\varphi}^F\right),\ \sigma_{\theta\theta}^F\equiv\sigma_{\varphi\varphi}^F,\end{gathered} \tag{8}$$

а початкові умови будуть $\sigma_{jj}^F\left(r,0\right)=0$, $\dfrac{\partial\sigma_{jj}^F\left(r,0\right)}{\partial t}=0$. Тут: $j=x,y,z$; $\kappa=0$; $n=0$; $s=0$; $\sigma_{rr}^F=\sigma_{zz}^F$; $\sigma_{xx}^F=\sigma_{yy}^F=\left(\nu\sigma_{zz}^F\right)/\left(1-\nu\right)$ – для пластин; $j=r,\varphi,z$; $\kappa=3$; $n=2-\nu$; $p=1$; $s=1$ – для циліндрів; $j=r,\theta,\varphi$; $\kappa=4$; $p=2$; $s=2$ – для куль. Записані вище системи рівнянь на напруження σ_{jj}^Q і σ_{jj}^F розв’язуються за умов відсутності силових поверхневих навантажень граничних поверхонь розглядуваних тіл.

Як приклад досліджено термомеханічну поведінку і несучу здатність однорідних та біметалевих пластин і довгих порожнистих циліндрів за дії електромагнітного імпульса. Встановлено критичні значення параметрів імпульсного ЕМП, за яких втрачається несуча здатність.

 ISSN 1562-9945

ЛІТЕРАТУРА

1. Ионов В.Н., Огибалов П.М. Напряжения в телах при импульсном нагружении. – М.: Высшая школа, 1975. – 463 с.
2. Подстригач Я.С., Бурак Я.И., Гачкевич А.Р., Чернявская Л.В. Термоупругость электропроводных тел. - К.: Наукова думка, 1977. - 247 с.
3. Мусій Р.С. Рівняння в напруженнях три- дво- та одновимірних динамічних задач термопружності // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2000. - № 2. – С.

Получено 03.05.2008 г.