

УДК 533.6.01.3.42

Ю.С. Пройдак, В.П. Козлов

МАЛЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ДЛИННОМЕРНОГО ГИДРОТРАНСПОРТНОГО ТРУБОПРОВОДА

Длинномерные гибкие гидротранспортные трубопроводы (шланги) широко используются в различных областях техники. В частности, они применяются в металлургии и при разработке подводных месторождений твердых полезных ископаемых. Как правило, условия их эксплуатации таковы, что плотность перекачиваемой пульпы изменяется случайным образом. Это приводит к случайным колебаниям трубопроводов и, следовательно, к появлению дополнительных динамических усилий, которые могут оказаться весьма значительными. В частности, указанное обстоятельство приводит к накоплению усталостных повреждений [1].

Разработана математическая модель закрепленного за оба конца пространственного гибкого гидротранспортного трубопровода, совершающего вынужденные параметрические колебания относительно положения равновесия, вызванные случайными изменениями плотности перекачиваемой пульпы. Модель учитывает действие внешнего потока (воды или воздуха), а также сосредоточенные силы и массы (обусловленные, например, наличием поплавков). Задача линейной статистической динамики решалась методом статистических испытаний, что предполагает предварительное решение задачи вынужденных параметрических колебаний исследуемого трубопровода в детерминированной постановке.

Уравнение движения трубопровода, транспортирующего пульпу переменной плотности, получено в неподвижной системе координат (рис. 2 в статье [2]). В безразмерной форме записи оно имеет вид:

$$(n_0 + n_{11} + n_{np}) \frac{\partial^2 \bar{r}}{\partial \varphi^2} - n_{np} \left(\frac{\partial^2 \bar{r}}{\partial \varphi^2} \cdot \bar{e}_1 \right) \bar{e}_1 + \sum_{k=1}^n (M^{(k)} + M_{np}^{(k)}) \partial(e - e_k) \frac{\partial^2 \bar{r}}{\partial \varphi^2} + 2w(n_1 + n_{11}) \frac{\partial^2 \bar{r}}{\partial \varphi \partial e} + (n_1 + n_{11}) w^2 \frac{\partial^2 \bar{r}}{\partial e^2} = \frac{\partial[(Q_1^{(1)} - P)\bar{e}_1]}{\partial e} + \bar{q}_a +$$

$$+ \sum_{k=1}^n (\bar{p}^{(k)} + \bar{F}^{(k)}) \partial(e - e_k) - (1 + n_{11}) \bar{i}_2, \quad (1)$$

где $n_{11}(e, \phi)$ — нестационарная составляющая погонной массы пульпы (остальные обозначения приведены в статье [2]).

Уравнение движения пульпы в проекции на направление касательной представлено следующим образом:

$$(n_1 + n_{11}) \left(\frac{\partial^2 \bar{r}}{\partial \phi^2} \cdot \bar{e}_1 \right) = - \frac{\partial P}{\partial e} - (n_1 + n_{11} - n_{B2}) x'_2 - f_{10}, \quad (2)$$

где f_{10} — распределенная сила трения пульпы о внутреннюю поверхность трубопровода.

Замыкает систему уравнений (1), (2) геометрическое соотношение:

$$\sum_{i=1}^3 (x'_i)^2 = 1. \quad (3)$$

Уравнения малых колебаний трубопровода относительно состояния равновесия получены в предположении, что ряд величин, входящих в нелинейные уравнения движения (1) – (3) может быть представлен в виде:

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \bar{r}_0(e) + \bar{u}_x(e, \phi); & \bar{r}' &= \bar{r}'_0(e) + \bar{u}'_x(e, \phi); \\ Q_1^{(1)} &= Q_{10}^{(1)}(e) + DQ_1(e, \phi); & P &= P_0(e) + P_1(e, \phi); \\ \bar{q}_a &= \bar{q}_{a0}(e) + D\bar{q}_a(e, \phi); & \bar{F}^{(k)} &= \bar{F}_0^{(k)}(e_k) + D\bar{F}^{(k)}(e_k, \phi), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\bar{u}_x, \bar{u}'_x, DQ_1, P_1, D\bar{q}_a, D\bar{F}^{(k)}$ — динамические составляющие, а слагаемые с индексом нуль — предварительно определенные статические составляющие. Вектор динамической составляющей гидродинамической силы, действующей на трубопровод, определяется следующим образом [1]:

$$D\bar{q}_a = (A^{(1)} + A^{(3)}) \bar{u}'_x + (A^{(21)} + A^{(4)}) \dot{\bar{u}}_x.$$

Уравнения малых колебаний исследуемого гидротранспортного трубопровода относительно положения равновесия имеют вид:

$$\begin{aligned} \bar{L}_1(\bar{u}_x, D\bar{Q}_x^{(1)}) &= (n_0 + n_{11} + n_{np}) \frac{\partial^2 \bar{u}_x}{\partial \phi^2} - n_{np} \left(\frac{\partial^2 \bar{u}_x}{\partial \phi^2} \cdot \bar{e}_{10} \right) \bar{e}_{10} + \\ &+ \sum_{k=1}^n (M^{(k)} + M_{np}^{(k)}) \partial(e - e_k) \frac{\partial^2 \bar{u}_x}{\partial \phi^2} + 2w(n_1 + n_{11}) \frac{\partial^2 \bar{u}_x}{\partial \phi \partial e} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 & -(A^{(21)} + A^{(4)}) \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial \phi} - (n_{11} x'_{20} E + A^{(1)} + A^{(3)}) \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial e} - \\
 & - \sum_{k=1}^n B^{(k)} \delta(e - e_k) \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial \phi} + (n_{11} w^2 + P_1) \frac{\partial^2 \bar{u}_x}{\partial e^2} - \frac{\partial D\bar{Q}_x^{(1)}}{\partial e} - n_{11} x'_{20} \frac{\partial \bar{r}_0}{\partial e} + \\
 & + (n_{11} w^2 + P_1) \frac{\partial^2 \bar{r}_0}{\partial e^2} + n_{11} \bar{l}_2 = 0; \\
 & \bar{L}_2(\bar{u}_x, D\bar{Q}_x^{(1)}) = \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial e} + C_0^{(1)} D\bar{Q}_x^{(1)} = 0, \tag{6}
 \end{aligned}$$

где $D\bar{Q}_x^{(1)} = Q_1 \frac{\partial \bar{u}_x}{\partial e} + DQ_1 \frac{\partial \bar{r}_0}{\partial e}; \quad Q_1 = Q_1^{(1)} - P_0 - n_1 w^2;$

$$C_0^{(1)} = \begin{bmatrix} -\frac{1 - x'_{10}{}^2}{Q_1} & \frac{x'_{10} x'_{20}}{Q_1} & \frac{x'_{10} x'_{30}}{Q_1} \\ \frac{x'_{10} x'_{20}}{Q_1} & -\frac{1 - x'_{20}{}^2}{Q_1} & \frac{x'_{20} x'_{30}}{Q_1} \\ \frac{x'_{10} x'_{30}}{Q_1} & \frac{x'_{20} x'_{30}}{Q_1} & -\frac{1 - x'_{30}{}^2}{Q_1} \end{bmatrix}; \quad P_1(e, \phi) = -\int_0^e n_{11} x'_2 dz.$$

Приближенное численное решение системы уравнений малых колебаний (5), (6) получено в результате применения принципа возможных перемещений [1]. Данный подход предполагает использование собственных функций гидротранспортного трубопровода, методика определения которых приведена в [2].

Адекватность разработанной математической модели устанавливалась по результатам вычислительных экспериментов. Один из них связан с определением динамических составляющих гибкой связи при ступенчатом изменении плотности перекачиваемой пульпы. Пусть по трубопроводу транспортируется стационарный поток пульпы с плотностью $\rho_{n0} = 1160 \text{ кг/м}^3$. В момент времени $\tau = 0$ на его вход начинает подаваться пульпа с плотностью ρ_{n1} , которая отличается от первоначальной плотности. Скачок плотности пульпы распространяется по пульпопроводу со скоростью w .

Компоненты вектора перемещения точек осевой линии трубопровода $u_{xi}^*(e)$ и дополнительное натяжение $DQ_1^*(e)$, соответствующие новому состоянию равновесия после окончания рассматриваемого переходного процесса, могут быть определены следующим образом:

$$u_{xi}^*(e) = \lim_{\phi \rightarrow \infty} u_{xi}(e, \phi), \quad i = 1, 2, 3, \quad \Delta Q_1^*(e) = \lim_{\phi \rightarrow \infty} \Delta Q_1(e, \phi).$$

Указанные перемещение и дополнительное осевое усилие можно получить также по методике расчета статического напряженно-деформированного состояния исследуемого трубопровода следующим образом:

$$u_{xi}^0(e) = x_{i0}(e) \Big|_{c_n=c_{n1}} - x_{i0}(e) \Big|_{c_n=c_{n0}}, \quad i = 1, 2, 3,$$

$$\Delta Q_1^0(e) = Q_{10}^{(1)}(e) \Big|_{c_n=c_{n1}} - Q_{10}^{(1)}(e) \Big|_{c_n=c_{n0}}.$$

На рис. 1 приведены результаты расчетов u_{xi}^* , ΔQ_1^* (обозначены звездочками) и u_{xi}^0 , ΔQ_1^0 (сплошные линии) для трех поплавков.

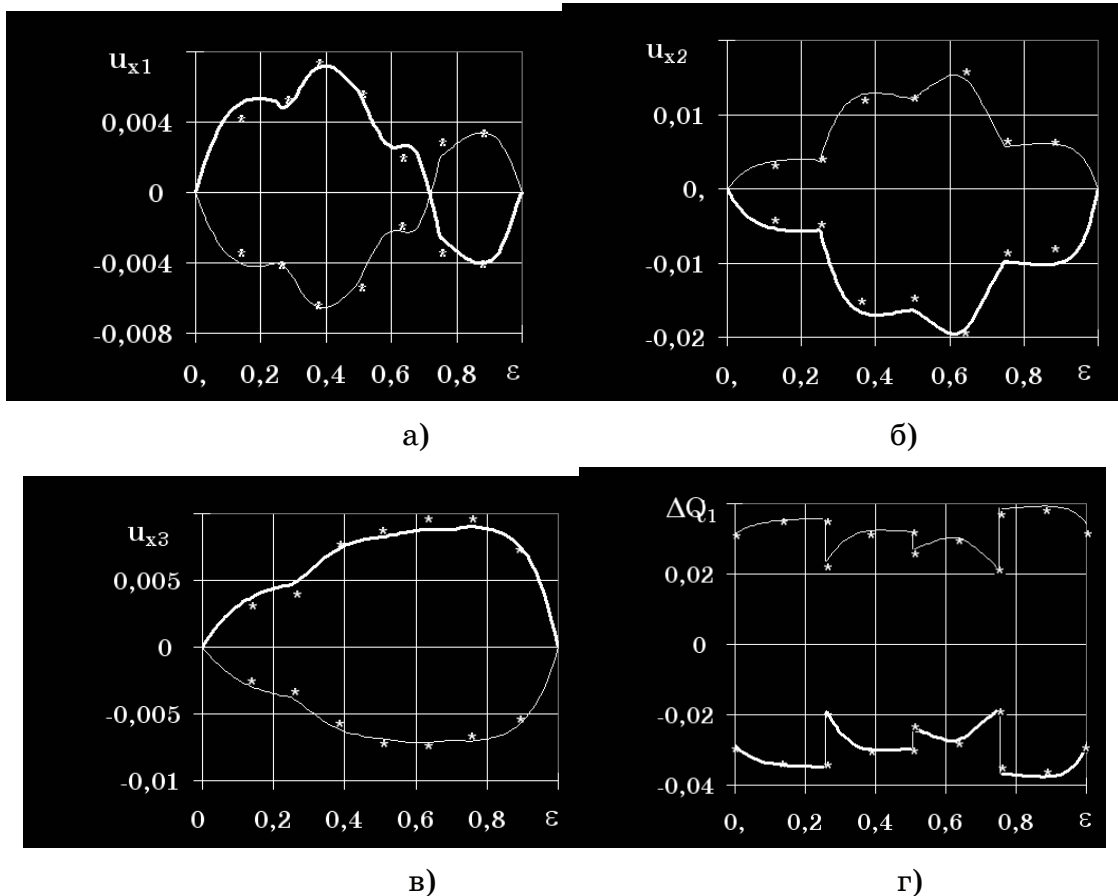


Рисунок 1 – Компоненты вектора перемещения точек осевой линии трубопровода и дополнительное натяжение, связанные со ступенчатым изменением плотности перекачиваемой пульпы (более тонкие линии соответствуют $\rho_{n1} = 1050 \text{ кг/м}^3$, а менее тонкие – $\rho_{n1} = 1270 \text{ кг/м}^3$).

Расчеты u_{xi}^0 , ΔQ_1^0 проводились с высокой точностью. Поэтому результаты указанных статических расчетов могут служить основой для оценки точности метода приближенного численного решения

уравнений малых колебаний трубопровода. Анализ показал, что относительная погрешность вычисления $u_{xi}^*(e)$ и $DQ_1^*(e)$ не превышает 5%.

Результаты решения задачи вынужденных случайных колебаний исследуемого трубопровода получены в виде гистограмм для его различных сечений. Внешний вид гистограмм позволяет выдвинуть гипотезу о нормальности законов распределения случайных динамических составляющих. Проверка по критерию χ^2 показала, что данная гипотеза может быть принята с вероятностью не ниже 0,95. Максимальные значения случайных динамических составляющих для выбранных сечений шланга могут быть определены по правилу «трех сигм».

Анализ результатов моделирования показал, что величина случайной динамической составляющей осевого усилия может достигать почти 30% по отношению к максимальному (по длине трубопровода) статическому значению осевого усилия, а модуль вектора случайной динамической составляющей перемещения относительно состояния равновесия — порядка 5% от длины шланга. Следовательно, величины случайных динамических составляющих могут быть весьма значительными по сравнению с величинами соответствующих статических составляющих. Поэтому расчеты таких трубопроводов необходимо проводить с учетом указанных динамических составляющих.

ЛИТЕРАТУРА

1. Светлицкий В.А. Механика абсолютно гибких стержней.— М.: Изд-во МАИ, 2001.— 432 с.
2. Козлов В.П., Зворыкин В.Б. Определение частот и форм колебаний подводного гидротранспортного трубопровода с сосредоточенными массами // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць.— Випуск 3 (38).— Дніпропетровськ, 2005.

Получено 22.03.2008 г.