

УДК 620.179.14

А.Н. Петренко, А.Е. Кучеренко

## НЕЙРОСЕТЕВОЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ЭЛЕКТРОИМПЕДАНСНОЙ ТОМОГРАФИИ

### Введение

Одна из главных задач дефектоскопии – получение данных о внутренней структуре исследуемого объекта. Проблема состоит в исследовании структуры объекта, сравнении его с эталонными значениями, определении аномалий в структуре контролируемого объекта, их локализации.

Электроимпедансная томография (ЭИТ) - методика, позволяющая визуализировать пространственное распределение электрического импеданса внутри объекта, в частности, внутри тела человека по результатам неинвазивных электрических измерений [1]. Для реконструкции изображения используются значения электрического потенциала, измеренные на поверхности объекта при пропускании через него тока. Практическая реализация метода требует разработки быстрого и эффективного алгоритма реконструкции и создания измерительной аппаратуры, обеспечивающей высокую точность электрических измерений.

Алгоритмы, предназначенные для реконструкции изображений по данным ЭИТ, отличаются высокой ресурсоёмкостью и низкой скоростью работы. В то же время результат работы менее ресурсоемких алгоритмов оставляет желать лучшего [2].

Альтернативный подход в решении задачи реконструкции изображений ЭИТ - использование нейронных сетей (НС). Использование нейросетевых методов позволяет упростить процесс восстановления изображения по данным электроимпедансных измерений. При этом повышается скорость и точность решения обратной задачи ЭИТ.

### Обратная задача ЭИТ

Общий подход в решении некорректных задач состоит в замене исходной задачи схожей, но более корректной задачей. При этом новая задача требует меньше информации для решения или же

заранее известны дополнительные данные. Например, в некоторых приложениях ЭИТ известно, что исследуемый объект состоит из нескольких материалов с определенной проводимостью. Подобное сочетание материалов приводит к тому, что проводимость будет находиться в заранее известных границах. Такое условие сразу же ограничивает спектр возможных решений [3].

Цель решения обратной задачи ЭИТ состоит в определении внутренней структуры исследуемого объекта путем измерения разницы потенциалов на поверхности объекта. Другими словами, необходимо определить границы участков с различной проводимостью внутри объекта. Математически задача ЭИТ описывается следующей системой уравнений [2]:

$$\begin{cases} \nabla \cdot (\sigma \cdot \nabla \phi) = 0 \\ \sigma \cdot \frac{\partial \phi}{\partial n} \Big|_{\partial \Omega} = J, \\ \phi \Big|_{\partial \Omega} = U_J^0 \end{cases} \quad (1)$$

где  $\Omega$  - область исследования,  $\partial\Omega$  - граница  $\Omega$ ,  $\phi$  - функция распределения напряжения в области  $\Omega$ ,  $\sigma$  - функция неизвестной проводимости,  $J$  - плотность возбуждающего тока, исходящего с активного электрода,  $U_J^0$  - функция распределения напряжения на границе  $\Omega$ . Если функция  $\sigma(x,y)$  известна, то задача нахождения  $\phi(x,y)$  в любой точке области  $\Omega$  является прямой задачей ЭИТ. Для ее решения наибольшее распространение получил метод конечных элементов. Если же по известным значениям  $U_J^0$  необходимо вычислить  $\sigma(x,y)$ , то это - обратная задача ЭИТ, которая является нелинейной и некорректной, что значительно осложняет ее решение. Решение обратной задачи ЭИТ возможно, если выполняются следующие условия: 1) измерения производятся в среде, в которой нет участков с нулевой или бесконечной проводимостью; 2) примерно должны быть известны граничные значения проводимостей.

В настоящее время для решения обратной задачи ЭИТ предложены следующие алгоритмы [2]:

1. Алгоритм обратной проекции. Основной недостаток алгоритма состоит в том, что при его использовании возможна реконструкция

изображений объектов, имеющих окружную геометрию, само же изображение строится относительно геометрического центра.

2. Статическая реконструкция изображений. Алгоритм очень чувствителен к ошибкам позиционирования электродов на поверхности объекта, что в свою очередь ведет к существенным ошибкам в измерениях. Вследствие этого экспериментальные данные и данные, полученные в результате эмуляции, имеют сильные расхождения.

3. Алгоритм дифференциальной реконструкции изображений (АДР). Получил наибольшее распространение вследствие относительной простоты и высокой скорости работы. Этот алгоритм реконструкции существенно уменьшает влияние многочисленных ошибок измерения, т.к. изменение проводимости вычисляется в соответствии с изменениями в измерениях. Прямая задача описывается линейным уравнением

$$u = Hy, \quad (2)$$

где  $u$  – измеренные потенциалы на электродах,  $\sigma$  - проводимость,  $H$  – якобиан, описывающий линейное отношение между  $u$  и  $\sigma$ , имеющий вид

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_1}{\partial \sigma_1} & \dots & \frac{\partial v_1}{\partial \sigma_m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial v_m}{\partial \sigma_1} & \dots & \frac{\partial v_m}{\partial \sigma_m} \end{bmatrix}$$

Предполагается, что  $v_i=u_i$ , т.к. электроды считаются идеальными проводниками. Выражение (2) преобразуется к виду

$$\Delta u = H \Delta y, \quad (3)$$

где  $\Delta u$  – изменение потенциалов на электродах,  $\Delta \sigma$  - изменение проводимости. Было доказано, что алгоритм, основанный на разностной схеме, достаточно устойчив к ошибкам в позиционировании электродов, главное, чтобы во время измерений положение электродов не изменялось. К недостаткам этого алгоритма относится линейная аппроксимация, что существенно ограничивает применение этого алгоритма [4].

4. Дифференциальная реконструкция изображений на основе максимальной апостериорной регуляризации. Это наиболее совершенный алгоритм, используемый в ЭИТ. Его основной недостаток состоит в значительном снижении пространственного

разрешения за счет специфической регуляризации обратной задачи [3], а также в крайне высокой ресурсоемкости.

### **Нейросетевой метод решения обратной задачи ЭИТ**

Для регуляризации плохо обусловленных задач в [5] предложено использовать нейросетевую структуру, которая по очевидным причинам названа сетью регуляризации. По мнению авторов, подобные сети являются универсальными аппроксиматорами, обладающие свойством наилучшей аппроксимации и обеспечивающие оптимальное решение. Построение сети регуляризации является крайне ресурсоемким в вычислительном смысле. В качестве сетей регуляризации возможно использовать как статические сети (многослойные нейронные сети с обратным распространением ошибки), так и рекуррентные динамические [5]. Единственной трудноразрешимой проблемой в случае решения обратной задачи ЭИТ является высокая размерность входных и выходных данных, вследствие чего моделирование таких сетей представляет значительные трудности даже на современных рабочих станциях. Прежде всего, встает вопрос о времени, которое необходимо для обучения сети. Так, в [6] приведены данные о применении многослойного персептрона для решения обратной задачи ЭИТ. Однако авторам удалось добиться приемлемого функционирования сети лишь для изображений с низким разрешением. Альтернативный вариант – использование сетей на основе радиальных базисных функций (РБФ), которые обеспечивают субоптимальное решение плохо обусловленных задач. Сеть на основе РБФ представляет собой нейронную сеть с одним скрытым слоем. В качестве передаточной функции нейронов скрытого слоя используется функция Гаусса. Передаточная функция нейронов выходного слоя линейная. Следует отметить, что обучение сети на основе РБФ происходит на порядок быстрее статических и, тем более, динамических сетей.

Проблема реконструирования изображений ЭИТ рассмотрена для шестнадцатиэлектродной измерительной системы с полярной инжекцией тока. Геометрия исследуемого объекта – цилиндрическая, при этом исследуемый срез разделен на 576 элементов для повышения точности реконструирования изображения (рис. 1).

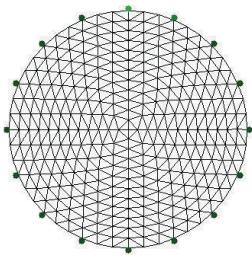
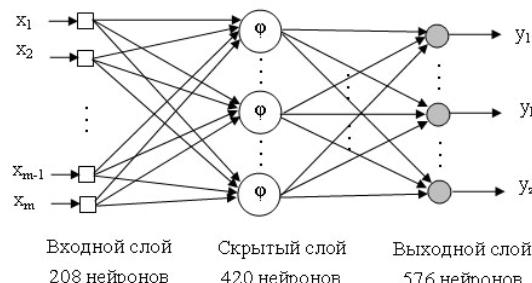


Рисунок 1 – Гомогенная среда. Показано разделение на 576 элементов и приложения электродов по границе области

Качество визуализации с помощью нейронной сети сравнивалось с результатами реконструирования по алгоритму дифференциальной реконструкции изображения, получившего наибольшее распространение для решения данной задачи.

Для обучения нейронной сети использовался набор данных, сгенерированный с помощью двумерной модели конечных элементов для уравнения Лапласа [7]. Количество образцов для обучения 400. Каждый образец содержал 208 независимых измерений напряжений. Таким образом, для обучения сети использовался массив данных размером 208x400 элементов. Следует отметить, что наиболее эффективное обучение нейронной сети на основе РБФ происходило в случае раннего прерывания обучения. Если же обучение проходило до конца, то сеть могла лишь реконструировать изображения, использованные в процессе обучения, т.е. теряла способность к обобщению. Раннее прерывания происходило в момент, когда значение среднеквадратичной ошибки обучения составляло 0.15, которое превосходило целевое значение ошибки 0.1 на 50%. Это соотношение подобрано экспериментальным путем. Параметры сети после обучения были следующими: количество нейронов во входном слое – 208, количество нейронов в скрытом слое – 420, в выходном – 576 (рис. 2).



Многомерная функция Гаусса

$$\phi(x, x_i) = \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_i^2} \|x - x_i\|^2\right)$$

Рисунок 2 – Нейронная сеть на основе РБФ

На рис. 3 приведены примеры изображений распределения проводимостей, смоделированные с помощью двумерной модели конечных элементов и восстановленные с помощью нейронной сети и алгоритма дифференциальной реконструкции.

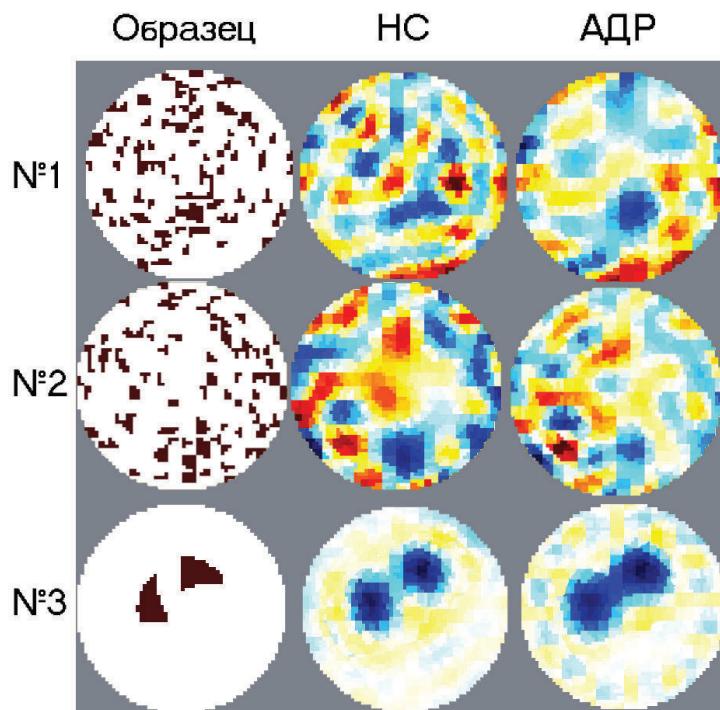


Рисунок 3 – Сравнение изображений распределения проводимостей, восстановленных с помощью НС и АДР

Для сравнения восстановленных изображений с оригиналами использовалось пиковое соотношение сигнал/шум (peak signal-to-noise ratio - PSNR), которое для двух изображений  $I_1$  и  $I_2$  вычислялось следующим образом

$$PSNR = 10 \cdot \log_{10} \frac{(M \cdot N)^2}{\sum_{M,N} (I_1(m,n) - I_2(m,n))^2}, \quad (4)$$

где  $M, N$  – размеры изображений. Область значений  $PSNR \in [0;100]$ .

Структурное подобие восстановленных изображений оригиналам оценивалось с помощью метрики SSIM (structural similarity) [8], которая определялась следующим образом

$$SSIM = \frac{(2\bar{x}\bar{y} + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)}, \quad (5)$$

где  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  – средние значения  $x$  и  $y$ ;  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  – среднеквадратичные отклонения  $x$ ,  $y$ ;  $\sigma_{xy}$  – ковариация  $x$  и  $y$ ;  $C_1$  и  $C_2$  – константы, равные соответственно 6.5 и 58.5. Область значений SSIM  $\in [-1; 1]$ .

Для определения сравнительных характеристик использовалась выборка из 100 образцов, которые случайным образом выбраны из совокупности объемом в 1000 образцов, сгенерированных с помощью двумерной модели конечных элементов. Среднее значение PSNR для изображений, восстановленных с помощью НС 17 дБ; для изображений, восстановленных с помощью АДР, составляет 15 дБ. Таким образом, изображения, полученные с помощью НС в большей степени соответствуют оригинальным. На этих изображениях меньше областей с некорректно восстановленной проводимостью. Среднее значение SSIM для изображений, восстановленных с помощью НС 0.30; для изображений, восстановленных с помощью АДР, составляет 0.26. НС более корректно восстанавливает структуру изображения.

На рис. 4 приведены изображения распределения проводимостей, восстановленные с помощью НС и АДР по экспериментальным данным. Объект исследования - металлический цилиндрический стержень, внутри которого находятся включения. Исследование проведено для двух сечений.

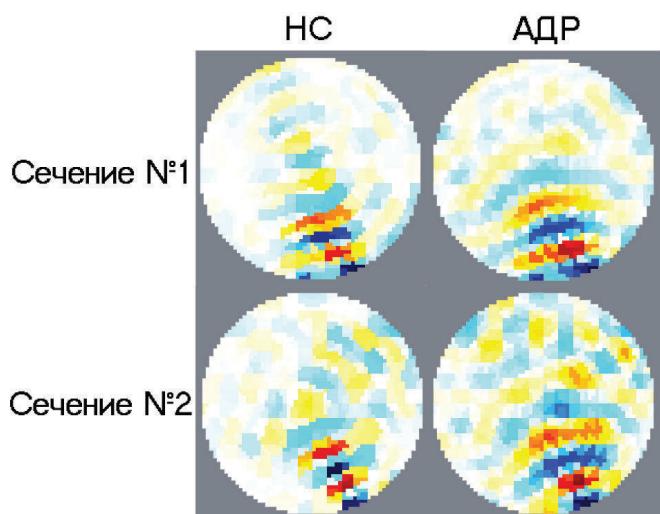


Рисунок 4 – Изображения распределения проводимости сечений металлического стержня, восстановленные с помощью НС и АДР

### Заключение

Применение нейронных сетей для решения плохо обусловленных задач – эффективный метод, который позволяет с высокой точностью получать решение. Так, при реконструкции изображений по данным

ЭИТ с использованием НС на основе РБФ точность результата превышает таковую у традиционных алгоритмов, использование НС позволяет получать более детальное изображение. Кроме того, НС устойчивы к искажениям данных вследствие шумов.

Таким образом, применение НС на основе РБФ для реконструкции изображений ЭИТ позволяет повысить точность и скорость вычислений, а также снижает требования к вычислительной системе.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Williams R.A., Beck M.S. Process Tomography: Principles, Techniques and Applications. Butterworth-Heinemann, Oxford, 1995.
2. Lionheart W.R.B. Reconstruction algorithms for permittivity and conductivity imaging. Proceedings of the 2nd congress on industrial process tomography, pp. 4-11, 2001.
3. Betrero M., Boccacci P. Introduction to inverse problems in imaging. IoP, Bristol, 1998.
4. Barber D.C., Brown B.H. Errors In Reconstruction of Resistivity Images Using a Linear Reconstruction Technique. Clin. Phys. Physiol. Meas., 9(A), 101-104.
5. Poggio T., Girosi F. Regularization algorithms for learning that are equivalent to multilayer networks. Science, 1990, vol. 247, p. 978-982.
6. Netajatali A., Ceric I.R. An Iterative algorithm for electrical impedance imaging using neural networks // IEEE Trans. Magn. – 1998. – V. 34. – V. 2940-2943.
7. Adler A., Lionheart W.R.B. Uses and abuses of EIDORS: An extensible software base for EIT. Physiol. Meas. 27:S25-S42, 2006.
8. Wang Z., Bovic A.C. A Universal Image Quality Index. IEEE Signal Processing Letters, vol. 9, pp. 81-84, March 2002.

Получено 29.02.2008 г.