

МОДЕЛЮВАННЯ І ЗАДАЧА ОПТИМІЗАЦІЇ ПРОЦЕСУ СУШІННЯ МАТЕРІАЛІВ У НВЧ КАМЕРАХ ПРОМЕНЕВОГО ТИПУ

Вступ. Важливою задачею у створенні нових технологій на основі НВЧ нагрівання є розробка комплексного підходу до їх моделювання та проектування. Такий підхід, на основі системного аналізу, повинен враховувати розв’язок задач електродинаміки, теплофізики, техніко - економічної оптимізації, способів енергопідводу. Це дозволить вирішити проблему синтезу оптимальних робочих камер променевого типу та моделювання процесів нагрівання і сушіння в електромагнітному полі НВЧ з урахуванням фазових перетворень. Застосуванням математичних методів у проектуванні установок доведено, що результати розрахунку процесу сушіння суттєво залежить від того, враховується або ні вплив фазових перетворень [1-3].

Слід зазначити, що врахування фазового перетворення дає можливість дослідити фізичний механізм процесу НВЧ термообробки матеріалу та його закономірності, а це є основою математичного моделювання процесу сушіння.

Постановка задачі. Високоінтенсивний процес сушіння в умовах дії діелектричного нагрівання у НВЧ установках описується наступною системою рівнянь електродинаміки і тепломасопереносу з певними крайовими та початковими умовами [1]:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{H} &= \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial \tau}, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial \tau}, \quad \operatorname{div} \vec{D} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0, \\ \frac{\partial U}{\partial \tau} &= k_{11} \nabla^2 u + k_{12} \nabla^2 t + k_{13} \nabla^2 p, \\ \frac{\partial t}{\partial \tau} &= k_{21} \nabla^2 u + k_{22} \nabla^2 t + k_{23} \nabla^2 p + \frac{q}{c\rho}, \\ \frac{\partial p}{\partial \tau} &= k_{31} \nabla^2 u + k_{32} \nabla^2 t + k_{33} \nabla^2 p \end{aligned} \quad (1)$$

де \vec{E}, \vec{H} - вектори напруженості електричного і магнітного поля, $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ - вектор електричної індукції, $\vec{B} = \mu \vec{H}$ - вектор магнітної індукції, ε, μ - абсолютні діелектрична і магнітна проникності, $\vec{j} = \delta \vec{E}$

- густина току провідності, δ - питома провідність, $q/c\rho$ - питома потужність джерел НВЧ енергії, u - вологовміст, $t = \bar{t} - t_0$ - температурний напір, p - тиск водяних парів, ρ - густина, k_{ij} ($i = 1,2,3, j = 1,2,3$) - коефіцієнти переносу.

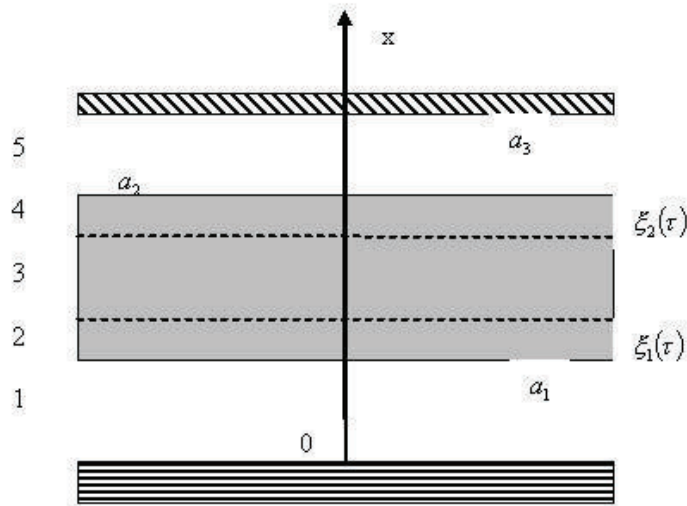


Рисунок 1 - Схема розповсюдження електромагнітної хвилі у багатошаровому середовищі (1, 5 – повітря, 2, 4 – волога зона матеріалу, 3 – суха зона матеріалу)

Електромагнітні поля, згідно своєї природи, породжують розвиток внутрішніх полів у матеріалі сушіння. Такі поля характеризуються відповідними градієнтами температури, вологовмісткості, тиску, які є рухомими силами внутрішнього масопереносу.

Розглянемо процес сушіння матеріалу в камері променевого типу, розтин якої показано на рис.1.

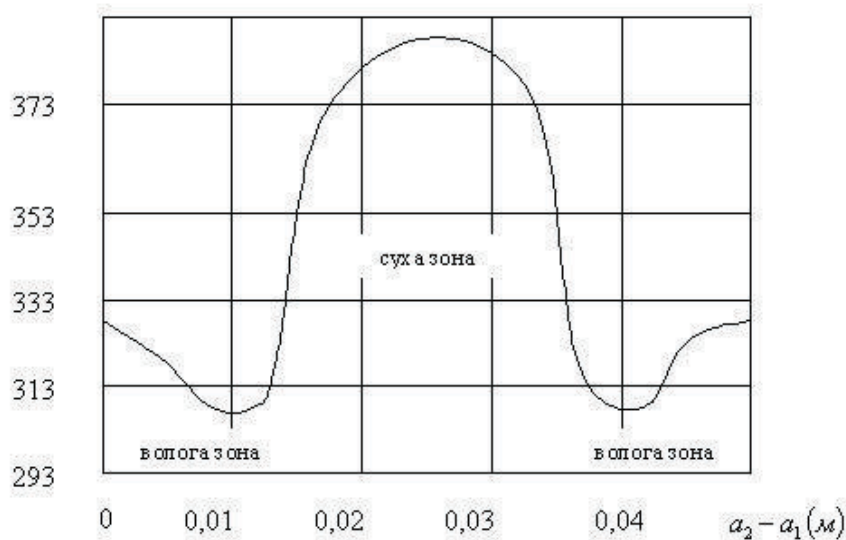


Рисунок 2 - Розподіл температури по товщині діелектрика
($\tau = 160\text{с.}$, $f = 2450\text{МГц}$)

Розподіл температури у матеріалі за умови врахування фазового перетворення „рідина - пар” описується наступною крайовою задачею:

$$\frac{\partial t_i}{\partial \tau} = a_i^2 \frac{\partial^2 t_i}{\partial x^2} + q \quad (2)$$

$$t_i(0, x) = t_0 \quad (3)$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial x} \Big|_{x=a_1} = \alpha_1 (t_2(\tau, a_1) - t_{c1}), \quad (4)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial t_2}{\partial x} \Big|_{x=\xi_1(\tau)} - \lambda_3 \frac{\partial t_3}{\partial x} \Big|_{x=\xi_1(\tau)} = \rho L \frac{d\xi_1}{d\tau}, \quad (5)$$

$$t_2(\tau, \xi_1(\tau)) = t_3(\tau, \xi_1(\tau)) = t_f, \quad (6)$$

$$t_3(\tau, \xi_2(\tau)) = t_4(\tau, \xi_2(\tau)) = t_f, \quad (7)$$

$$-\lambda_4 \frac{\partial t_4}{\partial x} \Big|_{x=\xi_2(\tau)} + \lambda_3 \frac{\partial t_3}{\partial x} \Big|_{x=\xi_2(\tau)} = \rho L \frac{d\xi_2}{d\tau}, \quad (8)$$

$$\lambda_4 \frac{\partial t_4}{\partial x} \Big|_{x=a_2} = \alpha_2 (t_4(\tau, a_2) - t_{c5}), \quad (9)$$

де $i = 2,3,4$; $q = 0,5\omega\varepsilon' \varepsilon_0 \text{tg} \delta |\vec{E}|^2$, L - теплота фазового перетворення „рідина - пар”.

Розв'язок задачі. Для визначення електромагнітного поля у зоні випромінювача система рівнянь Максвелла і теплопровідності (1) розв'язується за умови нормального падіння плоскої електромагнітної хвилі на плоску поверхню матеріалу. Тоді для випадку гармонічних коливань будемо мати наступне хвильове рівняння для кожного шару заданого середовища [5]:

$$\frac{d^2 E_i}{dx^2} = k_i^2 E_i, \quad (10)$$

де E - комплексна функція напруженості електричного поля у певному шарі, $k_i = \alpha_i + j\beta_i$ - коефіцієнт розповсюдження, α_i, β_i - коефіцієнт згасання та хвильове число відповідно, яке залежить від електрофізичних властивостей $\varepsilon', \text{tg} \delta$.

Загальний розв'язок рівняння має вигляд

$$E_i = C_{1i} e^{-k_i x} + C_{2i} e^{k_i x}. \quad (11)$$

Тоді напруженість магнітного поля у кожному шарі буде дорівнювати

$$H_i = \frac{k_i}{j\omega\mu_i\mu_0} (C_{1i}e^{-k_ix} + C_{2i}e^{k_ix}). \quad (12)$$

Для визначення сталих C_{1i}, C_{2i} використаємо наступні умови:

$$\begin{aligned} E_0 &= C_{11} + C_{21}, x = 0, \\ E_1 &= E_2, H_1 = H_2, x = a_1, \\ E_2 &= E_3, H_2 = H_3, x = \xi_1, \\ E_3 &= E_4, H_3 = H_4, x = \xi_2, \\ E_4 &= E_5, H_4 = H_5, x = a_2, \\ E_5 &= 0, x = a_3. \end{aligned}$$

Враховуючи значення E_i і H_i перепишемо ці умови у вигляді:

$$C_{1i}e^{-k_ix} + C_{2i}e^{k_ix} = C_{1i+1}e^{-k_{i+1}x} + C_{2i+1}e^{k_{i+1}x}, \quad (13)$$

$$\frac{k_i}{j\omega\mu_i\mu_0} (C_{1i}e^{-k_ix} + C_{2i}e^{k_ix}) = \frac{k_{i+1}}{j\omega\mu_{i+1}\mu_0} (C_{1i+1}e^{-k_{i+1}x} + C_{2i+1}e^{k_{i+1}x}), \quad (14)$$

$$C_{15}e^{-k_5a_3} + C_{25}e^{k_5a_3} = 0, \quad (15)$$

$$i = 1, x = a_1; \quad i = 2, x = \xi_1; \quad i = 3, x = \xi_2; \quad i = 4, x = a_2,$$

де C_{1i}, C_{2i} - сталі значення, які у фіксовані моменти часу визначаються системою десяти алгебраїчних рівнянь, що розв'язується у системі Mathcad 2000 [4]. Слід зазначити, що при розрахунках використовують густину потужності.

Розподіл температури у вологій зоні 2. Не зменшуючи узагальнення щодо крайових умов, будемо припускати, що вони однорідні (перетворення неоднорідних крайових умов до однорідних наведено у роботі [1]) і використовуючи метод розв'язку задач з рухомими межами [2], запишемо :

$$t_2(\tau, x) = \frac{2}{\xi_1 - a_1} \sum_{n=1}^{\infty} \Omega_n^{(1)}(\tau) V_n^{(1)}(\tau, x), \quad (16)$$

$$\text{де } V_n^{(1)}(\tau, x) = \cos \frac{\nu_n(x - a_1)}{\xi_1 - a_1} - \frac{\alpha_1(\xi_1 - a_1)}{\nu_n \lambda_2} \sin \frac{\nu_n(x - a_1)}{\xi_1 - a_1}, \quad \nu_n \text{ - корені}$$

характеристичного рівняння $\operatorname{tg} \nu_n = \frac{\nu_n \lambda_2}{\alpha_1(\xi_1 - a_1)}$, $\Omega_n^{(1)}(\tau) = \int_{a_1}^{\xi_1} t_2(\tau, x) V_n^{(1)}(\tau, x) dx$.

Для визначення коефіцієнтів $\Omega_n^{(1)}(\tau)$ функціонального ряду одержана наступна задача Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь:

$$\frac{d\Omega_n^{(1)}(\tau)}{d\tau} + \left(\frac{\nu_n}{a_2} \right)^2 = \int_{a_1}^{\xi_1} t_2 \frac{\partial V_n^{(1)}}{\partial \tau} dx + q_n^{(1)}(\tau), \quad (17)$$

$$\Omega_n^{(1)}(0) = \int_{a_1}^{\xi_1(0)} t_0 V_n^{(1)}(0, x) dx = \frac{(\xi_1(0) - a_1) t_0}{\nu_n} \left[\sin \nu_n + \frac{\alpha_1 (\xi_1(0) - a_1)}{\nu_n \lambda_2} (\cos \nu_n - 1) \right], \quad (18)$$

$$q_n^{(1)}(\tau) = \int_{a_1}^{\xi_1} q V_n^{(1)} dx.$$

Розподіл температури у сухій зоні 3 має наступний вигляд:

$$t_3(\tau, x) = \frac{2}{\xi} \sum_{n=1}^{\infty} \Omega_n^{(2)}(\tau) V_n^{(2)}(\tau, x), \quad (19)$$

де $V_n^{(2)}(\tau, x) = \sin \frac{n\pi(x - \xi_1)}{\xi}$, $\xi = \xi_2 - \xi_1$, $\Omega_n^{(2)}(\tau) = \int_{\xi_1}^{\xi_2} t_3(\tau, x) V_n^{(2)}(\tau, x) dx$.

$$\frac{d\Omega_n^{(2)}}{d\tau} + \left(\frac{n\pi a_2}{\xi} \right)^2 \Omega_n^{(2)} = q_n^{(2)}(\tau) + \frac{n}{\xi} \sum_{m=1}^{\infty} [(-1)^{m+n} \xi_2 - \xi_1] m \gamma_{nm} \Omega_m^{(2)}, \quad (20)$$

$$\gamma_{nm} = \frac{2}{m^2 - n^2}, \quad m \neq n,$$

$$\gamma_{mm} = \frac{1}{2n^2}, \quad m = n,$$

$$\Omega_n^{(2)}(0) = \int_{\xi_1(0)}^{\xi_2(0)} t_0 \sin \frac{n\pi(x - \xi_1(0))}{\xi(0)} dx, \quad (21)$$

$$q_n^{(2)}(\tau) = \int_{\xi_1}^{\xi_2} q \sin \frac{n\pi(x - \xi_1)}{\xi} dx.$$

Розподіл температури у вологій зоні 4:

$$t_4(\tau, x) = \frac{2}{a_2 - \xi_2} \sum_{n=1}^{\infty} \Omega_n^{(3)}(\tau) V_n^{(3)}(\tau, x), \quad (22)$$

$$\Omega_n^{(3)}(\tau) = \int_{\xi_2}^{a_2} t_4(\tau, x) V_n^{(3)}(\tau, x) dx,$$

$$V_n^{(3)}(\tau, x) = \sin \frac{\mu_n(x - \xi_2)}{a_2 - \xi_2},$$

μ_n - корені характеристичного рівняння $tg \mu_n = \frac{\mu_n \lambda_4}{\alpha_2 (a_2 - \xi_2)}$,

$$\frac{d\Omega_n^{(3)}(\tau)}{d\tau} + \left(\frac{\mu_n a_4}{a_2 - \xi_2} \right)^2 \Omega_n^{(3)} = \int_{\xi_2}^{a_2} \frac{\partial V_n^{(3)}}{\partial \tau} dx + q_n^{(3)}(\tau), \quad (23)$$

$$\Omega_n^{(3)}(0) = \int_{\xi_2(0)}^{a_2} V_n^{(3)}(\tau, x) dx = \frac{t_0 (a_2 - \xi_2(0)) (1 - \cos \mu_n)}{\mu_n}, \quad (24)$$

$$q_n^{(3)}(\tau) = \int_{\xi_2}^{a_2} q V_n^{(3)} dx.$$

Розв'язок сформульованої задачі дозволяє вирішити проблему проектування оптимальних робочих камер та моделювання процесів

нагрівання і сушіння в електромагнітному полі НВЧ з урахуванням закону руху меж сухої зони.

Відомо [3], що в якості критерію оптимальності переведу об'єкта з початкового теплового стану у заданий стан може бути вибрана точність переведу, що дозволяє визначити час початку квазістаціонарного теплового процесу. Тоді маємо:

$$\max|t-t_s| \leq \eta, \quad (25)$$

де η - величина допуску на рівномірність нагрівання, t_s - задана температура.

Враховуючи особливості процесу сушіння матеріалу у робочій камері променевого типу, введемо наступні обмеження:

для рухомих нижньої і верхньої меж сухої зони повинна виконуватись умова

$$\xi_1 + \xi_2 \leq a_2 - a_1, \xi_1 \geq 0, \xi_2 \geq 0, \quad (26)$$

для температури навколишнього середовища

$$t_1 \leq t_0 \leq t_m, \quad (27)$$

для потужності НВЧ генератора

$$q_1 \leq q \leq q_2, \quad (28)$$

для температури матеріалу

$$t(\tau, x) \leq t_f, \quad (29)$$

для коефіцієнту стоячої хвилі за напруженням, який визначає ступінь погодження НВЧ камери і лінії подачі електромагнітних коливань

$$1 \leq k \leq k_m. \quad (30)$$

Такий підхід дозволяє розробити алгоритм і програмне забезпечення розрахунку сушіння матеріалу, а також у подальшому розв'язати задачі оптимізації та управлінням процесом.

Чисельна реалізація

Для розрахунків використовувались наступні вхідні дані для діелектрика (плита деревени бука):

$$a_2 - a_1 = 0,05 \text{ м}, t_0 = 293,15 \text{ К}, \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = 1,15 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}),$$

$C = 1717 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К}), \rho = 1560 \text{ кг}/\text{м}^3, \varepsilon' = 3,4, \text{tg} \delta = 0,17, t_c = 293,15 \text{ К},$ густина потужності дорівнює $3 \text{ Вт}/\text{см}^2$, частота дорівнює $2450 - 3000 \text{ МГц},$
 $\alpha_1 = 140 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К}), \alpha_2 = 120 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \text{ К}), L = 2,5 \cdot 10^6 \text{ Дж}/\text{кг}.$

Розподіл температури у сухій та вологій зонах наведено на рис.2.

Висновок щодо положення по товщині діелектрика мінімальних та максимальних температур збігається з результатами роботи [5]. Слід зазначити, що наявність температури, величина якої більше $373K$ у середній частині матеріалу, надає можливість прискорити процес сушіння матеріалу і зберегти його поверхню від пошкодження (наприклад розтріскування для лісоматеріалів). Час сушіння всього матеріалу визначається за умови співпадання меж фазових перетворень з його поверхнями, обмеження (26).

Задача оптимізації НВЧ нагрівання включає наступні етапи:

1. Визначається мінімальна потужність НВЧ генератора за умовою (28), для якої максимальна температура сухої зони набувала значення t_f за час τ ,

2. Перевіряється критерій оптимальності (25),

3. Якщо критерій не виконується, то збільшується за обмеженням (27) температура навколишнього середовища до одержання необхідного рівномірного нагрівання,

4. Визначається коефіцієнт стоячої хвилі згідно обмеження (30).

Оптимізація нагрівання матеріалу в умовах імпульсної дії НВЧ генератора потужності 500 Вт показала, що за умови $\eta = 288K$, $\tau = 0,5$ години поле температур у матеріалі відповідало заданій рівномірності нагрівання.

ЛІТЕРАТУРА

1. Никитенко Н.И. Теория тепломассопереноса. -К: Наукова думка, 1983. – 352 с.
2. Яковенко В.А. Математическая модель сверхвысокочастотного нагрева диэлектрического материала и теплообмена при его фазовом превращении // Вісник Запорізького державного університету. Випуск 1.- Запоріжжя: ЗДУ.-2001.- С.137-142.
3. Архангельский Ю.С., Тригорлый С.В. СВЧ электротермические установки лучевого типа. Саратов: СГТУ, 2000. - 122 с.
4. Дьяконов В.П. Mathcad 2000. – СПб: Питер, 2001. – 592 с.
5. Тригорлый С.В. Оптимизация термообработки диэлектриков в СВЧ камерах лучевого типа // Вестник Саратовского государственного технического университета. Випуск 1. - Саратов: СГТУ.- 2006. - С. 58-66.

Получено 27.01.2008 г.