

УДК 502.36:533.6.011+62.192

А.В.Артамонова, В.А.Долодаренко, С.З.Полищук, В.Н.Полторацкая,  
В.Ф.Фалько, А.В. Полищук, А.О. Кущ

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ОЦЕНКИ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО РИСКА ПО ДАННЫМ ИЗМЕРЕНИЙ ПРИЗЕМНЫХ КОНЦЕНТРАЦИЙ ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ АТМОСФЕРУ ВЕЩЕСТВ

**Введение.** В работах [1-11] проведены теоретические исследования по прогнозу составляющей экологического риска для человека, возникающего в результате выбросов в атмосферу загрязняющих веществ точечным источником. Они позволяют оценить прогнозную составляющую экологического риска в проектах строительства предприятий, зданий и сооружений [12]. Величина риска характеризуется вероятностью того, что концентрация хотя бы одного загрязняющего вещества превысит предельно допустимое значение [4]:

$$\alpha = 1 - \int_{-\infty}^{C_{ПД1}} \int_{-\infty}^{C_{ПД2}} \dots \int_{-\infty}^{C_{ПДn}} f(x_1, \dots, x_n) dx_1, \dots, dx_n, \quad (1)$$

где  $C_{ПДj}$  - разовая предельно-допустимая концентрация j-го загрязняющего вещества;  $f(x_1, \dots, x_n)$  - плотность распределения векторной случайной величины  $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ , характеризующая антропогенное воздействие (концентрации загрязняющих веществ).

Базируясь на предельных теоремах теории вероятностей [13], считалось, что плотность распределения  $f$  подчиняется нормальному закону, который, как известно [13], характеризуется тремя величинами (числовыми характеристиками):  $\bar{C}_j$  - математическое ожидание концентрации j-го загрязняющего вещества,  $\sigma_j$  - среднеквадратическое отклонение концентрации j-го загрязняющего вещества,  $r_{jk}$  - коэффициент корреляции между j-ым и k-ым загрязняющими веществами.

Эти характеристики могут быть получены с использованием метода линеаризации [4].

Тогда подинтергральная функция в (1) примет вид [13]:

$$f(x_1, \dots, x_n) = \frac{\sqrt{|F|}}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (x_i - \bar{C}_i)(x_j - \bar{C}_j) \right], \quad (2)$$

где  $|F|$  - определить матрицы  $F$ ,  $F = \|F_{ij}\|$  - матрица обратная корреляционной матрице  $K$ , т.е. если корреляционная матрица

$$K = \|K_{ij}\|, \quad (3)$$

то

$$F_{ij} = (-1)^{i+j} \frac{M_{ij}}{|K|} \quad (4)$$

где  $|K|$  - определить корреляционной матрицы, а  $M_{ij}$  - минор этого определителя, получаемый из него вычерчиванием  $i$ -ой строки и  $j$ -го столбца. Заметим, что

$$|F| = \frac{1}{|K|} \quad (5)$$

Трудность здесь состоит в том, что интеграл (1) на современных числовых машинах можно вычислить с использованием стандартных программ только при размерности  $n$  (числе загрязняющих веществ) не большей 6-8. Поэтому в [14,15] было предложено при больших размерностях  $n$  использовать приближенную формулу, приемлемую для практического использования в расчетах надежности ракетных двигателей, что по точности можно сказать приемлемо и для рассматриваемой здесь вероятности:

$$\alpha = 1 - F_n(h_1, h_2, \dots, h_n) = 1 - \left\{ \prod_{i=1}^n F(h_i) + \frac{1}{\pi N} \cdot \sum_{i \neq j} \sum_j \arcsin r_{ij} \left[ F(\min_{i < i} h_i) - \prod_{i=1}^n F(h_i) \right] \right\} (6)$$

$$h_i = \frac{C_{\text{ПДК}i} - \bar{C}_i}{\sigma_i}, \quad i = \overline{1, n},$$

где  $N = n(n-1)$ ,  $F_n(h_1, \dots, h_n)$  -  $n$ -мерная нормальная функция распределения ( $n$  - кратный интеграл);  $F(h_i)$  - одномерная нормальная функция распределения (одномерный интеграл).

В выражении (6) функция  $F_n$  можно записать так [14]:

$$F_n(h_1, h_2, \dots, h_n) = \mu F(h_{\min}) + (1-\mu) \prod_{i=1}^n F(h_i), \quad (7)$$

При этом коэффициент  $\mu$  вычисляется по формуле

$$\mu = \frac{1}{\pi N} \sum_{i \neq j} \sum_i \arcsin r_{ij} , \quad (8)$$

Для вычислений по приведенным формулам необходимо только однократное интегрирование или использовать интегральную функцию распределения, представленную в виде ряда [16]:

$$F(h_i) = 1 - Z(h_i)(b_1 t + b_2 t^2 + \dots + b_5 t^5) , \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} Z(h_i) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} h_i\right), \\ t &= \frac{1}{1+p} h_i, \quad p = 0,2316419; \quad b_1 = -1,821253978; \\ b_2 &= 0,356563782; \quad b_3 = 1,781477937; \quad b_4 = -1,821253978; \\ b_5 &= 1,330274429. \end{aligned} \quad (10)$$

**Постановка задачи.** Полученная таким образом величина составляющей экологического риска является априорной (прогнозированной).

Возникает также рассматриваемая здесь задача получения апостериорного значения указанной выше вероятности. Решение ее и является целью настоящей статьи.

Для крупного промышленного объекта она может быть решена с использованием подфакельных измерений концентраций [17].

Задача будет отличаться от рассмотренной выше тем, что числовые характеристики  $\bar{C}_j, \sigma_j, r_{ik}$ , могут быть получены на основании статистической обработки данных подфакельных измерений концентраций для рассматриваемого точечного источника.

Однако, здесь возникает особенность в том, что априорные концентрации определяются при неблагоприятных метеорологических условиях для значений мощности и скорости выброса газовоздушной смеси, при которых достигается максимальное значение концентрации загрязняющих веществ  $C_j \max$  [18]. При этом достигаемое в течение 20-30 мин максимальное

значение отношения  $\frac{C_j \max}{C_j \text{ ПДК}}$  должно быть меньше единицы [19]. Это

соответствует самому строгому требованию Всемирной организации здоровья (ВОЗ) [19]. Другими словами, если бы это требование

выполнялось (а для крупных промышленных городов это далеко не так [20]), то человек бы жил в комфортабельных условиях, даже не чувствуя на уровне реакции высшей нервной системы влияния загрязнения атмосферного воздуха.

Но апостериорные концентрации получают при реально действующих условиях во время проведения подфакельных измерений, отличных от указанных выше экстремальных, и возникает вопрос о приведении измеренных концентраций к наихудшим условиям. Таким образом, задача будет заключаться в оценке составляющей экологического риска по (1) для человека от точечного источника выбросов с использованием данных статической обработки измеренных подфакельных концентраций, приведенных к наихудшим условиям.

**Метод решения.** Приведение измеренных концентраций целесообразно решить, используя опытно-теоретические зависимости концентраций для точечного источника выбросов [18,19]. Тогда из [18] получим следующую величину поправки к измеренным концентрациям для рассматриваемого здесь одиночного точечного источника с круглым устьем, учитывающую различие указанных выше условий:

$$\Delta C_o = C_{o_{\max}} - C_{j_{\text{изм}}}^{\text{расч}} = \frac{A_o M_{oj} F_{oj} m_o n_o \eta_o}{H_o^{2/3} \sqrt{\frac{KD_o^2}{4} (T_{ro} - T_{bo}) w_o}} r_{o(u)} \cdot S_{10}(x) \cdot S_{20}(x, y) - \\ - \frac{A_1 M_{1j} F_{1j} m_1 n_1 \eta_1}{H_1^{2/3} \sqrt{\frac{\Pi D_1^2}{4} (T_{r1} - T_{b1}) w_1}} r_{1(u)} \cdot S_{11}(x) \cdot S_{21}(x, y). \quad (11)$$

Здесь нижним индексом «о» обозначены параметры, соответствующие наихудшим условиям, при которых достигаются концентрации загрязняющих веществ  $C_{j_{\max}}, j = \overline{1, n}$ , а нижним индексом «1» - условиям измерений;  $A_{o(1)}$  - коэффициент, зависящий от температурной стратификации атмосферы;  $M_{o(1)j}(r/c)$  - масса вредного (загрязняющего) вещества, выбрасываемого в атмосферу в единицу времени;  $F_{o(1)j}$  - безразмерный коэффициент, учитывающий скорость оседания вредных веществ в атмосферном воздухе;  $m_{o(1)}, n_{o(1)}$  - коэффициенты, учитывающие условия выхода газовоздушной смеси

из устья источника выброса и зависящие от  $w_{o(1)}, D_{o(1)}, H_{o(1)}, T_{eo(1)}, T_{ej(1)}$ ;  $H$  (м) - высота источника выброса над уровнем земли (для наземных источников при расчетах принимается  $H = 2$  м);  $\eta_{o(1)}$  - безразмерный коэффициент, учитывающий влияние рельефа местности, в случае ровной или слабопересеченной местности с перепадом высот, не превышающих 50 м на 1 км,  $\eta = 1$ ;  $T_{eo(1)}, T_{eo(1)}$  ( $^{\circ}$ С) - температура выбрасываемой газовоздушной смеси и температура окружающего атмосферного воздуха;  $D_{o(1)}$  (м) - диаметр устья источника выброса;  $w_{o(1)}$  (м/с) – средняя скорость выхода газовоздушной смеси из устья источника выброса;  $r(u)$  - безразмерный коэффициент, учитывающий влияние величины скорости ветра  $u$  и зависящий от  $w_{o(1)}, D_{o(1)}, H_{o(1)}, T_{eo(1)}, T_{eo(1)}$ ;  $S_{11(o)}(x)$  - безразмерный коэффициент, зависящий от расстояния  $x$  вдоль оси факела от основания источника до точки подфакельных измерений и зависящий также от  $w_{o(1)}, D_{o(1)}, H_{o(1)}, T_{eo(1)}, T_{eo(1)}$ , а для низких источников имеет дополнительную особенность зависимости от высоты источника  $H_{o(1)}$ ;  $S_{20(1)}(x, y)$ -безразмерный коэффициент, учитывающий влияние боковой координаты  $y$  точки подфакельных измерений по перпендикуляру к оси факела и зависящий от координаты  $x$  и скорости ветра  $u$ .

При рассмотрении влияния изменения азимута  $\varphi$  вектора скорости учитывалось, что для точки, находящейся на расстоянии  $R$  от источника, угол  $\varphi$  вызывает изменение координат рассматриваемой точки

$$x = R \cdot \cos \varphi, \quad y = R \cdot \sin \varphi. \quad (12)$$

Все эти величины определяются в соответствии с ОНД-86 [18]. При этом должны учитываться особенности определения  $C_{j \max}$  и  $C_{j \text{изм}}^{расч}$  для холодных выбросов и в случае предельно малых опасных скоростей ветра [18].

При одновременном совместном присутствии в атмосферном воздухе нескольких ( $m_1$ ) веществ, обладающих суммаций вредного действия, для каждой группы указанных веществ одностороннего действия рассчитывается приведенная концентрация по формуле [18]

$$C = C_1 + C_2 \frac{C_{\text{ПДК}1}}{C_{\text{ПДК}2}} + \dots + C_m \frac{C_{\text{ПДК}1}}{C_{\text{ПДК}m}},$$

где  $C_1$  - концентрация вещества, к которому осуществляется приведение;  $C_{\text{ПДК}1}$  - его разовая предельно допустимая концентрация;  $C_2, \dots, C_m$  и  $C_{\text{ПДК}1}, \dots, C_{\text{ПДК}m}$  - концентрации и разовые предельно допустимые концентрации других веществ, входящих в рассматриваемую группу суммации.

Если считать, что величины  $A_1, M_j, F_j, \eta, H, D$  не зависят от условий приведения, что в соответствии с [18] вполне допустимо, то формула (11) принимает вид:

$$\Delta C_j = \frac{AM_jF_j\eta}{H^2 \sqrt[3]{\frac{\pi D^2}{4}w}} \left( \frac{m_o, n_o}{\sqrt[3]{(T_{eo} - T_{so})}} \cdot r_o S_{10} S_{20} - \frac{m_1, n_1}{\sqrt[3]{(T_{e1} - T_{s1})}} \cdot r_1 S_{11} S_{21} \right) \quad (13)$$

Тогда для каждого измерения можно получить приведенное значение измеренной концентрации:

$$C_j^{\text{priv}} = C_{juiz} + \Delta C_{jk}, \quad (14)$$

где  $C_{juiz}$  - данные по подфакельным замерам концентраций загрязняющих веществ,  $k = \overline{1, m}$  - число подфакельных измерений концентраций.

В результате получим значения приведенных к одним наихудшим условиям концентраций  $C_{jk}; j = \overline{1, n}; k = \overline{1, m}$  ( $n$  - число загрязняющих веществ,  $m$  - число подфакельных измерений концентраций).

Теперь по каждому загрязняющему веществу можно получить числовые характеристики плотности распределения концентраций [13] :

- математические ожидания:

$$\bar{C}_j = \frac{\sum_{k=1}^m C_{jk}^{\text{priv}}}{m}; \quad (15)$$

- среднеквадратические отклонения:

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^m (C_{jk}^{priv} - \bar{C}_j)^2}{m-1}} ; \quad (16)$$

- коэффициенты корреляции между  $j$ -ым и  $p$ -ым загрязняющими веществами

$$r_{jp} = \frac{\sum_{k=1}^m (C_{jk}^{priv} - \bar{C}_j)(C_{pk}^{priv} - \bar{C}_p)}{(m-1)\sigma_j\sigma_p} . \quad (17)$$

Подставив полученные числовые характеристики (15)-(17) в (1) или в (6), исковую вероятность определим по формуле

$$\alpha = 1 - F_n(h_1, h_2, \dots, h_n) . \quad (18)$$

При большом числе измерений  $m \geq 100$  наряду с (1) или (6), может быть получена статистическая оценка риска (частота появления неблагоприятной исхода)  $\alpha_{cm} = \frac{m_1}{m}$ , где  $m_1$  - число превышения хотя бы одной концентрации своей ПДК.

Задача решена.

**Выводы и перспективы дальнейших исследований.** Таким образом, используя подход по априорной оценке риска, а также методику приведения концентраций к наихудшим условиям, получены необходимые зависимости по оценке составляющей экологического риска для человека по данным подфакельных измерений приземных концентраций загрязняющих веществ и логика их взаимосвязанного решения. Это позволяет перейти к составлению алгоритма, программы решения задачи и апробированию их на гипотетическом примере, что и должно быть предметом дальнейших исследований.

Полученные таким образом результаты могут быть использованы в подсистеме мониторинга по оценке экологического риска от деятельности промышленных предприятий.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Артамонова О.А., Долодаренко В.А., Каспийцева В.Ю. До питання складової екологічного ризику, зумовленої забрудненням повітря // Проблеми природокористування, сталого розвитку та техногенної

- безпеки. Материалы междунар. науч.-практ. конф. - Днепропетровск, 24-27 октября 2001 г.- С.273-275.
2. Розробка стохастичної методології для оцінки антропогенного впливу на атмосферне повітря / Артамонова О.О., Долодаренко В.О., Каспійцева В.Ю., Поліщук С.З. // От переходной экономики к устойчивому развитию. Материалы междунар. науч.-практ. конф. 19-20 апреля 2000 г.- Днепропетровск, 2001. – С. 165-166.
  3. Артамонова А.В., Долодаренко В.А., Стеблянко П.А Априорная оценка числовых характеристик закона распределения случайного разброса в атмосфере приземных концентраций загрязняющих веществ // Математичні проблеми технічної механіки. Друга Всеукр. наук.-практ. конф. – Дніпродзержинськ, 2002. – С 32-33.
  4. Применение методов системного анализа, аэродинамики приземного слоя и теории надежности для оценки экологического риска / Артамонова А.В., Долодаренко В.А., Фалько В.В. и др. // Екологія і природокористування.- 2003. - № 6. – с. 194-199.
  5. Применение системной методологии для оценки величины экологического риска / Артамонова А.В., Долодаренко В.А., Каспійцева В.Ю., Полищук С.З. // Системні технології. – Днепродзержинск, № 4 (27), 2003. – С. 94-98.
  6. Разработка стохастической математической модели загрязнений атмосферного воздуха с использованием метода статистических испытаний и ее применение для оценки экологического риска. / Артамонова А.В., Долодаренко В.А., Фалько В.В. и др. / Екологія і природокористування. – 2003. - №5. – с.231-236.
  7. Фалько В.В., Артамонова А.В. Уточнение при оценке экологического риска влияния малых случайных отклонений направления ветра на распределение концентраций загрязняющих атмосферный воздух веществ // Вістник Сумського держ.ун-ту. Серія „Технічні науки”. – 2004, №13 (72). – С. 92-99.
  8. Уточнение математической модели для оценки экологического риска от загрязнения атмосферы выбросами одиночного точечного источника. / Артамонова А.В., Долодаренко В.А., Фалько В.В. и др. // Екологія і природокористування. – 2004. - №.7 – С.175-180.
  9. Artamonova A.V., Dolodarenko V.A., Kaspijcteva V.Yu. To question of the account of the factor of accident at establishment is limiting-admitted concentration of substances, polluting an atmosphere // Збірник тез III міжнародної медичної конференції студентів та молодих учених „Медицина – здоров'я XXI сторіччя”, Дніпропетровськ, 26-28 вересня 2002р. – С. 317.
  10. Фалько В.В. Алгоритм компьютерной технологии определения составляющей экологического риска для человека от точечного источника выбросов // Вісник Сумського держ.ун-ту, серія Технічні науки, № 9 (81). –2005. – С. 66-75.
  11. Фалько В.В., Долодаренко В.А. Задача оценки для человека составляющей экологического риска от точечного источника выбросов // Вісник Сумського держ.ун-ту, серія Технічні науки, № 5. – Суми, 2006, - С. 60-69.
  12. ДБН А.2.2.1-2003. Склад і зміст матеріалів оцінки впливів на навколошнє середовище (ОВНС) при проектуванні і будівництві

- підприємств, будинків і споруд. – К.: Держкомбударх, Мінекобезпеки України. 2003. – 19 с.
13. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. Учебник для вузов, 6-е изд. – М.: Высш.школа, 1998. – 576 с.
  14. Надежность технических систем. Монография / Переверзев Е., Алпатов А., Даниев Ю., Новак П. – Днепропетровск, Пороги, 2002. – 396 с.
  15. Волков Е.Б., Судаков Р.С., Сырицын Т.А. Основы теории надежности ракетных двигателей. – М.: Машиностроение, 1974. – 393 с.
  16. Дьяконов В.П. Справочник по алгоритмам и программам на языке БЕЙСИК для персональных ЭВМ: Справочник. – М.: Наука, 1987. – 240 с.
  17. Руководство по контролю загрязнения атмосферы / Отв.ред. проф. М.Е.Берлянд и акад. АМН СССР Г.И.Сидоренко. – Л.: Гидрометеоиздат, 1976. – 448 с.
  18. ОНД-86. Методика расчета концентраций в атмосферном воздухе вредных веществ, содержащихся в выбросах предприятий. – Л.: Гидрометеоиздат, 1987. – 94 с.
  19. Берлянд М.Е. Прогноз и регулирование загрязнения атмосферы. – Л.: Гидрометеоиздат, 1987. – 272 с.
  20. Экологические основы природопользования / Н.П.Грицан, Н.В.Шпак, Г.Г.Шматков и др. Под ред. Н.П.Грицан. – Днепропетровск: ИППЭ НАН Украины, 1998. – 419 с.

Получено 11.09.2007 г.