УДК 539.3

И.Ю.Бабич, Н.П.Семенюк, Н.Б.Жукова

ВЛИЯНИЕ СВОЙСТВ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА УСТОЙЧИВОСТЬ НЕКРУГОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ОСЕВОМ СЖАТИИ ИЛИ ВНЕШНЕМ ДАВЛЕНИИ

Рассматривается устойчивость продольно гофрированных композитных цилиндрических оболочек при внешнем давлении и осевом сжатии. Поперечное сечение оболочки образовано опертыми на исходную окружность радиуса R_0 цилиндрическими панелями радиуса r, охватывающими одинаковый центральный угол γ_0. Основная окружность радиуса R_0 разделена на N равных частей, каждой из которых отвечает центральный угол φ_0. Радиус r окружности гофра может быть как меньше, так и больше радиуса R_0. При $r >> R_0$ получим цилиндрическую оболочку, состоящую из почти плоских панелей (складчатую). Так как радиус r при увеличении количества волн N уменьшается, то важно исследовать влияние пониженной сдвиговой жесткости компонентов на критические нагрузки. Для решения поставленной задачи используется теория ортотропных оболочек типа Тимошенко [1].

Полагаем, что материал оболочки обладает свойствами армированного волокнами композита. Отдельные слои его уложены таким образом, что в целом материал является ортотропным, симметричным относительно срединной поверхности. При этом направления осей ортотропии совпадают с направлениями осей координат оболочки.

Примем, что оболочка нагружена равномерным внешним давлением интенсивностью q либо сжимается равномерно распределенными по торцевому сечению осевыми усилиями $T_{11,S}^0$. Из уравнений безмоментной теории оболочек в этом случае вытекает [2], что докритичное состояние оболочки характеризуется усилиями - $T_{11}^0,\ S^0,\ T_{22}^0$, для которых получены формулы:

$$T_{11}^0 = -\frac{1}{2} q \frac{1}{A_2} \frac{\partial}{\partial \varphi}\left(\frac{1}{A_2}\frac{\partial R_2}{\partial \varphi}\right) x(x-L),\; S^0 = q\frac{1}{A_2}\frac{\partial R_2}{\partial \varphi}\left(x - \frac{L}{2}\right),\; T_{22}^0 = -\lambda_q R_2$$ - для внешнего давления или $T_{11}^0 = T_{11,S}^0,\; S^0 = 0,\; T_{22}^0 = 0$-для осевого сжатия.

Устойчивость этого состояния будем исследовать с помощью вариационного уравнения нейтрального равновесия:

$$\int_0^L \int_0^{2\pi} \left[T_{11}\delta\varepsilon_1 + T_{22}\delta\varepsilon_2 + T_{12}\delta\omega_1 + T_{21}\delta\omega_2 + T_{13}\delta\varepsilon_{13} + T_{23}\delta\varepsilon_{23} + M_{11}\delta k_1 + \right.$$
$$+ M_{22}\delta k_2 + M_{12}\delta t_1 + M_{21}\delta t_2 + \tag{1}$$
$$\left. + T_{11}^0(\varepsilon_1\delta\varepsilon_1 + \omega_1\delta\omega_1 + \theta_1\delta\theta_1) + S^0(\theta_1\delta\theta_2 + \theta_2\delta\theta_1) + T_{22}^0(\varepsilon_2\delta\varepsilon_2 + \omega_2\delta\omega_2 + \theta_2\delta\vartheta)\right] dx d\varphi = 0$$

При решении задачи используются безразмерные величины:

$$\xi = \frac{x}{R_0},\; a_2 = \frac{A_2}{R_0},\; p_2 = \frac{R_2}{R_0},\; \nu_2 = \frac{C_{12}}{C_{11}},\; \alpha_6 = \frac{C_{66}}{C_{11}},\; \alpha_2 = \frac{C_{22}}{C_{11}},\; \alpha_4 = \frac{C_{44}}{C_{11}},$$
$$\alpha_5 = \frac{C_{55}}{C_{11}},\; \gamma_{12} = \frac{D_{12}}{C_{11}R_0^2},\; \gamma_{22} = \frac{D_{22}}{C_{11}R_0^2},\; \gamma_{66} = \frac{D_{66}}{C_{11}R_0^2},\; \lambda_q = \frac{qR_0}{C_{11}},\; \lambda_S = \frac{T_{11}^0}{C_{11}}.$$

Перемещения отнесем к радиусу. Выразив все входящие в (1) величины через перемещения, указанное вариационное уравнение запишем в таком виде:

$$\delta\Pi_1 - \lambda\,\delta\Pi_2 = 0, \tag{2}$$

где λ может принимать значения λ_q или λ_S и

$$\Pi_1 = \sum_{i,j=1}^{5} \iint \mathrm{L}_{i,j}(\;,\;) a_2 d\xi d\varphi,$$

$$\Pi_2 = \frac{1}{2}\lambda \iint \left\{ \frac{1}{2}\omega_{13}\xi\left(\xi - \frac{L}{R_0}\right)\left[\left(\frac{\partial u}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \xi}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial \xi}\right)^2\right] - \right.$$
$$\left(\xi - \frac{L}{R_0}\right)\frac{\partial w}{\partial \xi}\left(\omega_{14}\frac{\partial w}{\partial \varphi} + \omega_{12} v\right) +$$
$$\left. + \omega_{11}\left[\left(\frac{\partial u}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi}\right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial \varphi}\right)^2\right] + \omega_2\left(v^2 + w^2\right) + 2v\frac{\partial w}{\partial \varphi} - 2w\frac{\partial w}{\partial \varphi}\right\} d\xi d\varphi,$$

Дифференциальные операторы $L_{i,j}(\;,\;)$ выражаются через перемещения $u,\; v,\; w$ и углы поворота $\theta,\; \psi$ [3]. Они содержат в качестве коэффициентов периодически изменяющиеся по окружной координате геометрические параметры ω_i, которые являются четными или нечетными с наименьшим периодом $2\pi / N$. Аппроксимируем четные функции отрезком ряда Фурье:

$$\omega_i = \lambda_{0,i} + \sum_{r=1}^{p} \lambda_{r,i} \cos rN\varphi.$$

 ISSN 1562-9945

Значения функций ω_i зададим в M точках (M - нечетное число). Ввиду ортогональности функций $cos\ rN\varphi$ на дискретном множестве точек, коэффициенты $\lambda_{r,i}$ вычисляются по формулам:

$$\lambda_{o,i} = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1}\omega_i(\varphi_k), \quad \lambda_{r,i} = \frac{2}{M}\sum_{k=0}^{M-1}\omega_i(\varphi_k)\cos rN\varphi_k ,$$

где $\varphi_k = k\dfrac{2\pi}{NM}$. Нечетные функции ω_{12} и ω_{14} в рядах Фурье содержат синусы.

Удовлетворяя граничным условиям шарнирного опирания, а также условиям периодичности по окружной координате, перемещения представим в виде тригонометрических рядов [3].

Проведены расчеты боропластиковых оболочек, состоящих из различного количества панелей при постоянном радиусе r и переменном R_0 и, наоборот, при переменном r и постоянном R_0. Варьировалась также длина оболочек при постоянной толщине.

Установлено, что короткие и средней длины оболочки, состоящие из цилиндрических секций меньшего, чем основная оболочка, радиуса могут обладать высокими показателями устойчивости не только при осевом сжатии, но и при внешнем давлении (Рис.1). При вогнутости панелей в противоположном по отношению к основной оболочке направлении оболочки теряют устойчивость от воздействия внутреннего давления. Показано, что при увеличении количества гофров весьма существенно влияет на величину критической нагрузки пониженная сдвиговая жесткость композита (Рис.2). Значительно сужается область геометрических параметров, при которых оболочка с гофрами имеет более высокие критические нагрузки, чем круглые оболочки среднего радиуса.

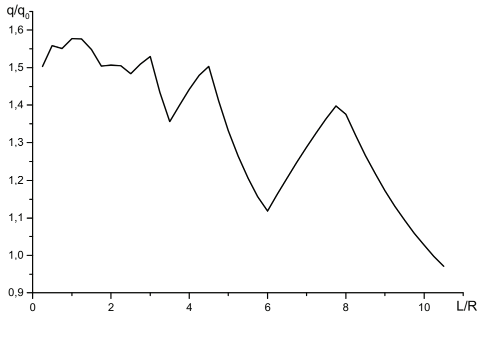

Рисунок 1

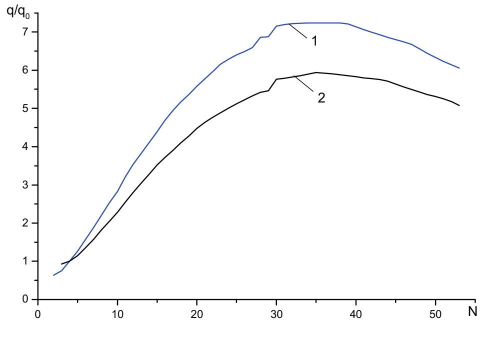

Рисунок 2

ЛИТЕРАТУРА

1. Ванин Г.А., Семенюк Н.П. Устойчивость оболочек из композиционных материалов с несовершенствами. -К.: Наук. думка, 1987. – 200 с.
2. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. – Л.: Судпромгиз. – 1962.- 431с.
3. Semenyuk N.P., Zhukova N.B., Neshodovskaya N.A.. Stability of orthotropic corrugated cylindrical shells under axial compression // Mechanics of Composite Materials. – 2002. – 38, N 3. – P.243 – 252.

Получено 15.06.2007 г.