УДК 534.21:537.634

В.В. Левченко, Л.П. Зинчук

РАСПРОСТРАНЕНИЕ МАГНИТОЭЛЕКТРОУПРУГИХ СДВИГОВЫХ ВОЛН В СЛОИСТО–ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ ТИПА «ФЕРРИТ–ПЬЕЗОЭЛЕКТРИК»

1.Введение. Изучение особенностей распространения магнитоэлектроупругих волн в слоистых структурах, образованных чередованием слоев со свойствами феррита и пьезоэлектрика, является достаточно актуальным как с точки зрения фундаментальных исследований, так и для практических применений в качестве конструктивных элементов разнообразных радиоэлектронных устройств.

Магнитоупругие и электроупругие сдвиговые волны в слоисто-периодических структурах рассматривались в [1-3]. Начало исследованиям магнитоэлектроупругих волн сдвига положено в работе [4], где было установлено существование волн, распространяющихся на границе пьезоэлектрического и магнитоупругих полупространств.

В данной работе предложен подход к построению дисперсионных уравнений для нормальных волн, распространяющихся в слоисто-периодических структурах феррит/пьезоэлектрик, и проведено аналитическое исследование процессов взаимодействия волн различной физической природы в таких структурах.

2. Постановка задачи и метод решения. Рассматривается распространение сдвиговых волн в слоистой структуре, отнесенной к декартовой системе координат $Oxyz$, которая образована периодическим $N-$ кратным повторением пакета из двух слоев со свойствами пьезоэлектрика гексагональной симметрии и феррита кубической симметрии. Предполагается, что поверхности пакета металлизированы, при этом механические свойства поверхностей не учитываются, а принимается во внимание лишь их экранирующий эффект. Ось ox декартовой системы координат совмещена с соответствующими кристаллографическими осями феррита и пьезоэлектрика и перпендикулярна плоскостям раздела слоев, а плоскость ozy совпадает с границей первого слоя в пакете.

Предположим, что волна в исследуемом пространстве распространяется вдоль оси oy. Постоянное магнитное поле H_0 направлено вдоль оси oz, которая является и осью симметрии для пьезоэлектрика. Волновой процесс в слоях феррита и пьезоэлектрика описывается соответственно линеаризированными системами уравнений магнито – и электроупругости.

В безобменном и магнитостатическом приближениях распространение магнитоэлектроупругих волн сдвига для слоев со свойствами феррита кубической симметрии описывается уравнениями [3]

$$\rho_f \partial_t^2 u_f = c_{44,f}^* \Delta u_f ,\ \Delta \psi_f = 0 ,\ \Delta \varphi_{f0} = 0 , \tag{1}$$

а в слоях со свойствами пьезоэлектрика волновые уравнения будут иметь вид [2]

$$\rho_p \partial_t^2 u_p = c_{44,p}^* \Delta u_p ,\ \Delta \psi_p = 0 ,\ \Delta \varphi_{p0} = 0 . \tag{2}$$

В системах уравнений (1) и (2) приняты обозначения

$$c_{44,f}^* = c_{44,f}\left(1 + \frac{\gamma^2 b^2 H_0}{c_{44,f} M(\omega^2 - \omega_0^2)}\right), \qquad \omega_0 = \sqrt{\omega_H\left(\omega_H + \omega_M\right)}, \qquad \omega_H = \gamma H_0 ,$$

$\omega_M = 4\pi\gamma M$, $\gamma -$ гиромагнитная постоянная, $M -$ намагниченность насыщения феррита, $\psi_f = \varphi_f - \left(\dfrac{4\pi\gamma^2 b H_0}{\omega^2 - \omega_0^2}\right) u_f$, b – магнитоупругая постоянная, φ_f, φ_{f0} – магнитные потенциалы соответственно в феррите и пьезоэлектрике, $c_{44,p}^* = c_{44,p} + \dfrac{e_{15,p}^2}{\varepsilon_{11,p}}$, $\psi_p = \varphi_p - \left(\dfrac{e_{15,p}}{\varepsilon_{11,p}}\right) u_p$, φ_p, φ_{p0} – электростатические потенциалы соответственно в пьезоэлектрике и феррите.

Решение системы уравнений (1)–(2) в каждом из слоев будем искать в виде

$$u_f = B_{f,n}^{(1)} \sin\Omega_f\left(x - x_{n,f}^*\right) + B_{f,n}^{(2)} \cos\Omega_f\left(x - x_{n,f}^*\right),$$

$$\psi_f = A_{f,n}^{(1)} shk\left(x - x_{n,f}^*\right) + A_{f,n}^{(2)} chk\left(x - x_{n,f}^*\right),$$

$$\varphi_{p0} = D_{f,n}^{(1)} shk\left(x - x_{n,f}^*\right) + D_{f,n}^{(2)} chk\left(x - x_{n,f}^*\right),$$

$$x_{n-1,p}^* < x < x_{n,f}^* ;$$

$$u_p = B_{p,n}^{(1)} \sin\Omega_p\left(x - x_{n,p}^*\right) + B_{p,n}^{(2)} \cos\Omega_p\left(x - x_{n,p}^*\right), \tag{3}$$

 ISSN 1562-9945

$$\varphi_{f0} = A^{(1)}_{p,n} shk\left(x - \overset{*}{x}_{n,p}\right) + A^{(2)}_{p,n} chk\left(x - \overset{*}{x}_{n,p}\right),$$
$$\psi_p = D^{(1)}_{p,n} shk\left(x - \overset{*}{x}_{n,p}\right) + D^{(2)}_{p,n} chk\left(x - \overset{*}{x}_{n,p}\right),$$
$$\overset{*}{x}_{n-1,f} < x < \overset{*}{x}_{n,p},$$

где $\overset{*}{x}_{n,f} = (n-1)h + h_f$, $\overset{*}{x}_{n,p} = nh$, $h = h_f + h_p$, $n = 1,\ldots N$, $\overset{*}{x}_{0,p} = 0$,

$\Omega_f = \left(k_f^2 - k^2\right)^{1/2}$, $\Omega_p = \left(k_p^2 - k^2\right)^{1/2}$, $k_f^2 = \dfrac{\omega^2}{c_f^2}$, $k_p^2 = \dfrac{\omega^2}{c_p^2}$, $c_f^2 = \dfrac{\overset{*}{c}_{44,f}}{\rho_f}$, $c_p^2 = \dfrac{\overset{*}{c}_{44,p}}{\rho_p}$.

В формулах (3) множитель $\exp(i\delta ky - i\omega t)$ опущен. Величина $\delta = \pm 1$, что соответствует распространению волн в положительном и отрицательном направлении оси oy соответственно.

Будем предполагать, что на внутренних плоскостях раздела свойств пакета выполняются условия:

(граница феррит – пьезоэлектрик)

$$\overset{*}{c}_{44,f}\partial_x u_f + \overset{*}{b}\partial_x \psi_f = \overset{*}{c}_{44,p}\partial_x u_p + \overset{*}{b}\partial_x \varphi_{f0} + e_{15,p}\partial_x \psi_p, \quad u_f = u_p,$$
$$\psi_f + C^{(4)} u_f = \varphi_{f0}, \quad C_0^{(1)}\partial_x \psi_f + C_0^{(2)}\partial_y \psi_f + C_0^{(3)}\partial_y u_f = \partial_x \varphi_{f0}, \tag{4}$$
$$\varphi_{p0} = \varphi_p, \quad \varepsilon_{11,f}\partial_x \varphi_{p0} = \varepsilon_{11,p}\partial_x \psi_p;$$

(граница феррит – металл – пьезоэлектрик)

$$\overset{*}{c}_{44,f}\partial_x u_f + \overset{*}{b}\partial_x \psi_f = \overset{*}{c}_{44,p}\partial_x u_p + e_{15,p}\partial_x \psi_p, \quad u_f = u_p,$$
$$C_0^{(1)}\partial_x \psi_f + C_0^{(2)}\partial_y \psi_f + C_0^{(3)}\partial_y u_f = 0, \quad \varphi_{p0} = 0. \tag{5}$$

На внешней свободной металлизированной поверхности феррита должны выполняться условия

$$\overset{*}{c}_{44,f}\partial_x u_f + b^*\partial_x \psi_f = 0, \quad C_0^{(1)}\partial_x \psi_f + C_0^{(2)}\partial_y \psi_f + C_0^{(3)}\partial_y u_f = 0, \quad \varphi_{p0} = 0, \tag{6}$$

а на внешней свободной металлизированной поверхности пьезоэлектрика условия

$$\overset{*}{c}_{44,p}\partial_x u_p + +e_{15,p}\partial_x \psi_p = 0, \quad \partial_x \varphi_{f0} = 0, \quad \varphi_p = 0, \tag{7}$$

Коэффициенты $C_0^{(1)}$, $C_0^{(2)}$, $C_0^{(3)}, C^{(4)}$ введены в работе [3], а $b^* = \dfrac{b}{4\pi H_0}$.

Подставляя решения (3) в условия (4)-(7) исходную задачу сведем к алгебраической системе $12N$ уравнений относительно неизвестных $\vec{A}_{p,i} = col\left(A^{(1)}_{p,i}, A^{(2)}_{p,i}\right)$, $\vec{A}_{f,i} = col\left(A^{(1)}_{f,i}, A^{(2)}_{f,i}\right)$, $\vec{B}_{p,i} = col\left(B^{(1)}_{p,i}, B^{(2)}_{p,i}\right)$,

$\vec{B}_{f,i} = col\left(B_{f,i}^{(1)}, B_{f,i}^{(2)}\right)$, $\vec{D}_{p,i} = col\left(D_{p,i}^{(1)}, D_{p,i}^{(2)}\right)$, $\vec{D}_{f,i} = col\left(D_{f,i}^{(1)}, D_{f,i}^{(2)}\right)$ ($i = 1, \ldots, N$).

Выполнив ряд преобразований неизвестные $\vec{A}_{p,i}$, $\vec{A}_{f,i}$, $\vec{D}_{p,i}$, $\vec{D}_{f,i}$ можно выразить через $\vec{B}_{p,i}$, $\vec{B}_{f,i}$ таким образом

$$\vec{A}_{f,i} = P_{mf}\vec{B}_{f,i}, \; \vec{A}_{p,i} = P_{mp}\vec{B}_{p,i}, \; \vec{D}_{p,i} = P_{ep}\vec{B}_{p,i}, \; \vec{D}_{f,i} = P_{ef}\vec{B}_{f,i}. \qquad (8)$$

Элементы матриц P_{mf}, P_{mp}, P_{ef}, P_{ep} имеют вид

$$P_{mf}^{11} = C^{(3)}\overline{C}^{(2)}\sin\theta_f, \; P_{mf}^{12} = -C^{(3)}\overline{C}^{(2)} + \overline{C}^{(3)}L_2, \; P_{mf}^{21} = -C^{(1)}C^{(3)}\sin\theta_f,$$

$$P_{mf}^{22} = C^{(3)}C^{(1)}\cos\theta_f - \overline{C}^{(3)}L_1, \; P_{mp}^{11} = 0, \; P_{mp}^{12} = 0, \; P_{mp}^{21} = P_{mf}^{21} \big/ ch k\text{€}_p,$$

$$P_{mp}^{22} = \left(P_{mf}^{22} + C^{(4)}\right)\big/ ch k\text{€}_p, \; P_{ep}^{11} = -\frac{e_{15,p}}{d_1\varepsilon_{11,p}}\sin\theta_p, \qquad (9)$$

$$P_{ep}^{12} = \frac{e_{15,p}}{d_1\varepsilon_{11,p}}\left(\cos\theta_p - 1 - th k\text{€}_p\right), \quad P_{ep}^{21} = 0, \quad P_{ep}^{22} = -\frac{e_{15,p}}{\varepsilon_{11,p}}, \quad P_{ef}^{11} = \frac{\varepsilon_{11,p}}{\varepsilon_{11,f}} ch k\text{€}_p P_{ep}^{11},$$

$$P_{ef}^{12} = \frac{\varepsilon_{11,p}}{\varepsilon_{11,f}} ch k\text{€}_p P_{ep}^{12} + \frac{e_{15,p}}{\varepsilon_{11,f}}, \; P_{ef}^{21} = th k\text{€}_f, \; P_{ef}^{22} = 0,$$

где введены обозначения

$$k\text{€}_f = kh_f, \quad k\text{€}_p = kh_p, \quad \theta_f = \Omega_f h_f, \quad \theta_p = \Omega_p h_p, C^{(1)} = kC_0^{(1)}, \quad C^{(2)} = i\delta C_0^{(2)},$$

$$C^{(3)} = i\delta C_0^{(3)}, \qquad \overline{C}^{(2)} = C^{(2)} + k th k\text{€}_p, \qquad \overline{C}^{(3)} = C^{(3)} + C^{(4)} k th k\text{€}_p,$$

$$L_1 = C^{(1)} ch k\text{€}_f - C^{(2)} sh k\text{€}_f, \; L_2 = -C^{(1)} sh k\text{€}_f + C^{(2)} ch k\text{€}_f, \; d_1 = th k\text{€}_p + \frac{\varepsilon_{11,p}}{\varepsilon_{11,f}} ch k\text{€}_p + sh k\text{€}_p$$

Тогда исходную задачу можно свести к системе $4N$ уравнений

$$\left(\vec{N}^{(1)}\left(a_f;\theta_f\right) + \frac{\overline{b}}{D}\vec{M}^{(1)}\left(k\text{€}_f\right)P_{mf}\right)\vec{B}_{f,1} = 0,$$

$$\left(N\left(a_f;0\right) + \frac{\overline{b}}{D}M(0)P_{mf}\right)\vec{B}_{f,n} = \left(N\left(a_p;\theta_p\right) + \frac{\overline{b}}{D}M\left(k\text{€}_p\right) + ke_{15,p}M\left(k\text{€}_p\right)P_{ep}\right)\vec{B}_{p,n},$$

$$\left(N\left(a_f;\theta_f\right) + \frac{\overline{b}}{D}M\left(k\text{€}_f\right)P_{mf}\right)\vec{B}_{p,n+1} = \left(N\left(a_p;0\right) + e_{15,p}kM(0)P_{ep}\right)\vec{B}_{p,n}, \qquad (10)$$

$$\left(\vec{N}^{(1)}\left(a_p;0\right) + e_{15,p}kM^{(1)}(0)P_{ep}\right)\vec{B}_{p,N} = 0,$$

где

$$N\left(a_f;\theta_f\right) = \begin{bmatrix} a_f\cos\theta_f & a_f\sin\theta_f \\ -\sin\theta_f & \cos\theta_f \end{bmatrix}, \; N\left(a_p;\theta_p\right) = \begin{bmatrix} a_p\cos\theta_p & a_p\sin\theta_p \\ -\sin\theta_p & \cos\theta_p \end{bmatrix},$$

 ISSN 1562-9945

$$M\left(k\text{€}_f\right)=\begin{bmatrix} ch k\text{€}_f & -sh k\text{€}_f \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \bar{b}=kb^*, \qquad a_f=c^*_{44,f}\Omega_f, \qquad a_p=c^*_{44,p}\Omega_p,$$

$$D=\left(\left(C^{(1)}\right)^2-\left(C^{(2)}\right)^2\right)sh k\text{€}_f+k\,th k\text{€}_p\left(C^{(1)}ch k\text{€}_f-C^{(2)}sh k\text{€}_f\right),$$

а вектора-строки $\vec{N}^{(i)}$, $\vec{M}^{(i)}$ образованы i-й строкой соответствующей матрицы.

Из условия существования нетривиального решения системы (10) найдем дисперсионное уравнение для нормальных магнитоэлектроупругих волн сдвига

$$\left(P^N\right)^{12}=0, \tag{11}$$

где P^N $-N$-я степень матрицы P вида

$$P=\left(N\left(a_f;\theta_f\right)+\frac{\bar{b}}{D}M\left(k\text{€}_f\right)P_{mf}\right)\left(N\left(a_f;0\right)+\frac{\bar{b}}{D}M\left(0\right)P_{mf}+\frac{\bar{b}}{D}M\left(k\text{€}_p\right)P_{mp}\right)^{-1}\times$$
$$\times\left(N\left(a_p;\theta_p\right)+ke_{15,p}M\left(k\text{€}_p\right)P_{ep}\right)\left(N\left(a_p;0\right)+ke_{15,p}M\left(0\right)P_{ep}\right)^{-1}.$$

3. Анализ дисперсионного уравнения. При $b=0$ дисперсионное уравнение(11) распадается на дисперсионное уравнение для магнитостатических волн

$$D=0 \tag{12}$$

и дисперсионное уравнение для электроупругих волн сдвига. Дисперсионные кривые, которые описываются решением (12), имеют невзаимные характеристики, а значит и распространение связанных магнитоэлектроупругих волн будет невзаимным.

Детерминант передаточной матрицы P определяется как

$$D_E=\frac{Da_f+C^{(3)}(C^{(2)}+k\,th k\text{€}_f)\bar{b}\sin\theta_f}{Da_f+(C^{(3)}(C^{(2)}+k\,th k\text{€}_f)-C^{(1)}C^{(3)}k\,th k\text{€}_f)\bar{b}\sin\theta_f}. \tag{13}$$

Анализ выражения (13) показывает, что D_E не значительно отличается от единицы во всем диапазоне частот, за исключением диапазонов частот, где $D\to 0$, $a_f\to 0$ или областей частот близких к ω_0. В окрестности этих частот отклонение D_E от единицы может быть значительным, и локализация дисперсионных кривых относительно зон пропускания по сравнению с чисто упругим случаем [5] изменится качественно.

Остановимся более подробно на предельном случае, когда толщина пьезоэлектрического слоя стремится к нулю. Нетрудно показать, что при $h_p = 0$ будет выполняться $D_E = 0$, а дисперсионное уравнение (11) сведется к виду

$$P_f^{12} = 0,$$

где $$P_f = \left(N\left(a_f;\theta_f\right) + \frac{\bar{b}}{D} M\left(\tilde{k}_f\right) P_{mf} \right) \left(N\left(a_f;0\right) + \frac{\bar{b}}{D} M\left(0\right) P_{mf} \right)^{-1}$$ –

передаточная матрица для слоя феррита. В чисто упругом случае мы имеем дисперсионное уравнение $\sin\left(\theta_f N\right) = 0$ [5]. Для магнитоупругого случая спектр дисперсионных кривых будет локализован в окрестности решения уравнения $\sin\theta_f = 0$, а количество расщеплений дисперсионной кривой будет пропорционально количеству порождающих пакетов.

Заключение. Таким образом, в работе предложен подход к построению дисперсионных уравнений для нормальных магнитоэлектроупругих волн сдвига, распространяющихся в слоисто-периодической структуре феррит/пьезоэлектрик, проведен анализ полученного дисперсионного уравнения, выполнено сравнение с чисто упругим случаем и выявлены особенности влияния магнитных свойств феррита на дисперсионные характеристики рассматриваемого типа волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. van de Vaart. Magnetoelastic Love-Wave propagation in metal-coated layered substrates //Journal of Applied physics. –1971, V. 48, N. 3. – P. 5305 –5312.
2. Зинчук Л.П., Подлипенец А.Н., Шульга Н.А. О построении дисперсионных уравнений для электроупругих сдвиговых волн в слоисто–периодических средах //Прикл. механика. –1990. – <u>**26**</u>, № 11.– С.84–93.
3. Левченко В.В. Магнитоупругие объемные волны сдвига в регулярно-слоистых феррит-диэлектрических структурах // Прикл. механика. - 1990. –<u>**26**</u>, №2. –С. 36–41.
4. Tsutsumi, M., Bhattacharyya, T., Kumagai, N. Piezoelectric-magnetoelastic wave guided by interface between semi-infinite piezoelectric and magnetoelastic media //Journal of Applied Physics. – 1975. – V.46, No. 12.–P. 5072 –5075.
5. Шульга Н.А. Основы механики слоистых сред периодической структуры. – К.: Наук. думка, 1981. – 200 с.

Получено 15.06.2007 г.