

УДК 539.3

К.Г. Головки, П.З. Луговой, В.Ф. Мейш

**ДИНАМИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ СФЕРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК
НА УПРУГОМ ОСНОВАНИИ ПРИ ИМПУЛЬСНЫХ НАГРУЗКАХ**

Введение. На сегодняшний день статические задачи взаимодействия оболочек и стержней с упругой средой являются достаточно изученными [1, 2]. Интерес представляют динамические задачи поведения оболочек и упругих элементов со средами. Наиболее полно свойства упругой среды, в которую заключена деформируемая система, описываются уравнениями теории упругости. Однако, в математическом плане эта задача является достаточно сложной [3]. Исходя из этого, задача учета упругой среды сводится к сравнительно простой математической постановке, которая позволяет с достаточной точностью определить реакцию упругой среды на рассматриваемую конструкцию. Здесь можно отметить ряд работ по деформированию однослойных и многослойных балок и цилиндрических оболочек на упругом основании при нестационарных нагрузках [4-6]. В основном, указанные задачи рассматривались с применением упругого основания Винклера. Практически не рассмотрены задачи другой геометрии оболочек (кроме цилиндрических оболочек) с упругими средами при динамических нагрузках.

Целью данной работы является изучение динамического поведения сферических оболочек в упругой среде согласно модели Пастернака [2] при нестационарной распределенной нагрузке.

1. Постановка задачи. Рассматривается гладкая однородная сферическая оболочка, которая заключена в упругую среду и находится под действием внутренней нормальной распределенной нагрузки $P_3(\alpha_1, t)$. Упругая среда моделируется основанием типа Пастернака. Эта модель характеризуется двумя коэффициентами постели c_1 и c_2 , которые отвечают за работу упругого основания на сжатие растяжение и сдвиг. Данная модель содержит в себе основание Винклера как частный случай.

Исходные уравнения колебаний для сферической оболочки на упругом основании, согласно модели типа Тимошенко [2,7] имеют вид

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\sin \alpha_1} \frac{\partial}{\partial s} (\sin \alpha_1 T_{11}) - \frac{\operatorname{ctg} \alpha_1}{R} T_{22} + \frac{T_{11}}{R} = \rho h \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}, \quad (1) \\
& \frac{1}{\sin \alpha_1} \frac{\partial}{\partial s} (\sin \alpha_1 \bar{T}_{13}) + \frac{1}{\sin \alpha_1} \frac{\partial}{\partial s} (\sin \alpha_1 R_{2 \text{ осн}}) - \\
& \quad - \frac{T_{11}}{R} - \frac{T_{22}}{R} - R_{1 \text{ осн}} + P_3 = \rho h \frac{\partial^2 u_3}{\partial t^2}, \\
& \frac{1}{\sin \alpha_1} \frac{\partial}{\partial s} (\sin \alpha_1 M_{11}) - \frac{\operatorname{ctg} \alpha_1}{R} M_{22} - T_{13} = \rho h \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial t^2}, \\
& \bar{T}_{13} = T_{13} + T_{11} \theta_1, \quad R_{1 \text{ осн}} = c_1 u_3, \quad R_{2 \text{ осн}} = c_2 \frac{\partial u_3}{\partial s}.
\end{aligned}$$

В уравнениях (1) введены следующие обозначения: α_1, t – пространственная и временная координаты; $s = \alpha_1 R$, R, h – радиус срединной поверхности и толщина оболочки; $P_3(\alpha_1, t)$ – внутренняя распределенная нагрузка; (u_1, u_3, φ_1) – компоненты обобщенного вектора перемещений срединной поверхности оболочки.

Связь между величинами усилий–моментов и соответствующими деформациями определяются согласно формул

$$\begin{aligned}
T_{11} &= B_{11}(\varepsilon_{11} + \nu \varepsilon_{22}), & T_{22} &= B_{22}(\varepsilon_{22} + \nu \varepsilon_{11}), \quad (2) \\
T_{13} &= B_{13} k^2 \varepsilon_{13}, & M_{11} &= D_{11}(\kappa_{11} + \nu \kappa_{22}), \\
M_{22} &= D_{22}(\kappa_{22} + \nu \kappa_{11}),
\end{aligned}$$

$$\text{где } B_{11} = B_{22} = \frac{Eh}{1 - \nu^2}, \quad B_{13} = Gh, \quad D_{11} = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}; \quad E, G, \nu -$$

физико – механические параметры оболочки; k^2 – интегральный коэффициент сдвига в теории оболочек типа Тимошенко.

Величины деформаций в формулах (2) выражаются через компоненты обобщенного вектора перемещений согласно формул

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{11} &= \frac{\partial u_1}{\partial s} + \frac{1}{2} \theta^2 + \frac{u_3}{R}, \quad (3) \\
\varepsilon_{22} &= \frac{u_1}{R} \operatorname{ctg} \alpha_1 + \frac{u_3}{R}, \quad \varepsilon_{13} = \varphi_1 + \theta_1, \\
\theta_1 &= \frac{\partial u_3}{\partial s} - \frac{u_1}{R}, \quad \kappa_{11} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial s}, \quad \kappa_{22} = \frac{\varphi_1}{R} \operatorname{ctg} \alpha_1.
\end{aligned}$$

Уравнения колебаний (1) – (3) дополняются соответствующими граничными и начальными условиями. В частности, для случая

жесткого заземления краев сферической оболочки при $s = s_0$, $s = s_N$ имеем

$$u_1 = u_3 = \varphi_1 = 0 \quad (4)$$

Граничные условия для случая $t = 0$

$$\begin{aligned} u_1 = u_3 = \varphi_1 = 0, \\ \frac{\partial u_1}{\partial t} = \frac{\partial u_3}{\partial t} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

2. Численный алгоритм. Исходные уравнения колебаний сферической оболочки на упругом основании (1) – (5) представляют собой систему нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Численный алгоритм решения исходных уравнений базируется на совместном применении интегро – интерполяционного метода построения разностных схем по пространственной координате и явной конечно – разностной схеме по временной координате [7].

3. Числовые результаты. Рассматривалась сферическая оболочка на упругом основании типа Пастернака с жестко заземленными краями – граничные условия (4) при действии распределенной нагрузки

$$P_3(\alpha_1, t) = A \sin \frac{\pi t}{T} [\eta(t) - \eta(t - T)],$$

где A – амплитуда нагрузки; T – длительность нагрузки. Задача решалась при следующих геометрических и физико – механических параметрах: $\alpha_{10} = \pi/12$, $\alpha_{1N} = \pi/2$; $R/h = 60$; $E = 7 \cdot 10^{10}$ Па; $\rho = 2,7 \cdot 10^3$ кг/м³; $\nu = 0,3$; $A = 10^6$ Па; $T = 50 \cdot 10^{-6}$ с. Коэффициенты постели полагались $c_1 = 0,25 \cdot 10^8$ н/м³ $c_2 = 10^7$ н/м [5].

Численные расчеты проводились на временном интервале $t = 10T$. На рис.1 и рис.2 приведены величины σ_{22} для случаев оболочки без учета основания (кривая 1) и с учетом основания (кривая 2). На рис.1 приведены зависимости величины σ_{22} по пространственной координате s в момент времени $t = 3,875T$ (момент достижения максимальных значений для величин σ_{22}). На рис.2 приведены зависимости величины σ_{22} в сечении

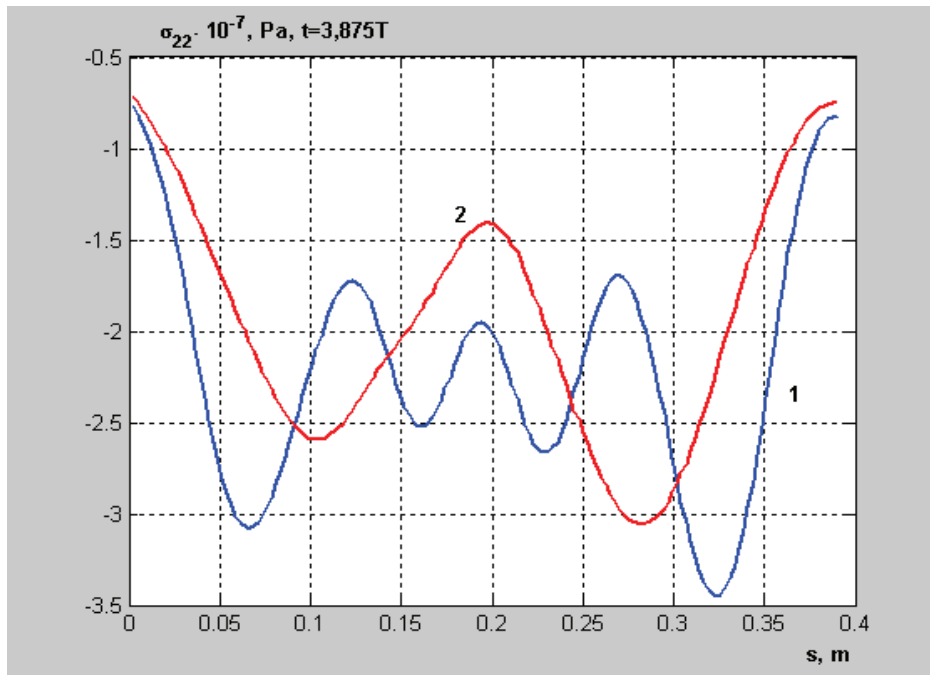


Рисунок 1

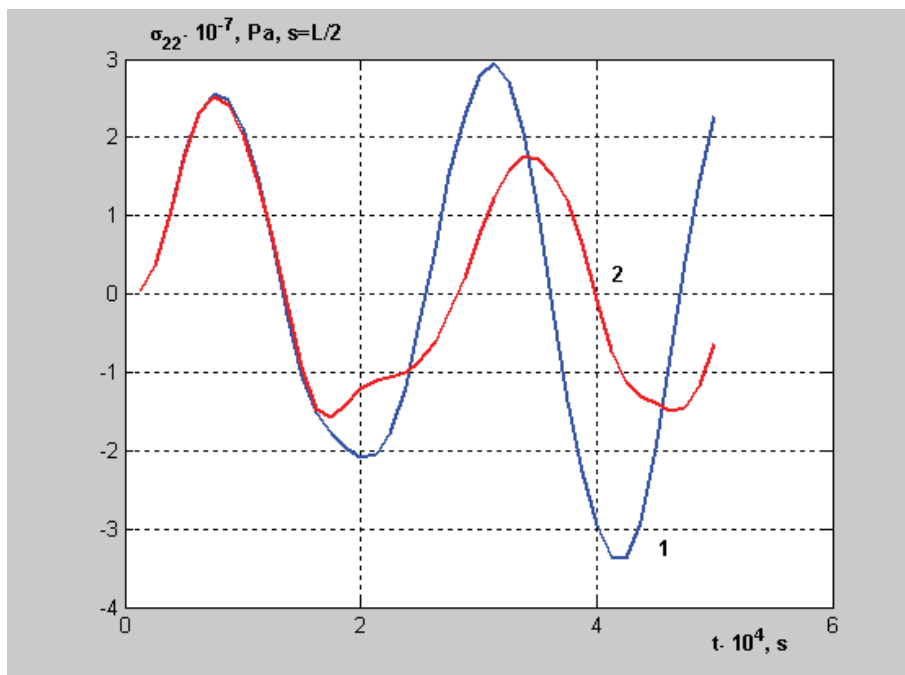


Рисунок 2

$s = L/2, L = (\alpha_{10} - \alpha_{1N})R$ от времени t . Как видно из представленных рисунков, влияние упругого основания на НДС рассматриваемой конструкции начинает сказываться после времени достижения величинами σ_{22} своих максимальных значений. Исходя из представленного материала можно оценить количественное влияние упругого основания на величины НДС конструкции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баженов В.А. Изгиб цилиндрических оболочек в упругой среде. – К.: Вища школа, 1975. – 168с.
2. Перельмутер А.В., Сливкер В.Н. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа. – Киев: Изд – во «Сталь», 2002. – 600 с.
3. Вестняк А.В., Горшков А.Г., Тарлаковский Д.В. Нестационарное взаимодействие деформируемых тел с окружающей средой // Итоги науки и техники. Механика деформируемого твердого тела. – Т. 15, 1983. – С. 69 – 148.
4. Устойчивость и колебания деформируемых систем с односторонними связями / В.А. Баженов, Е.А. Гоцуляк, Г.С. Кондаков, А.И. Оглобля. – К.: Вища школа, 1989. – 399 с.
5. Динамика конструкций при воздействии кратковременных нагрузок / Кохманюк С.С., Дмитриев А.С., Шелудько Г.А. и др. – Киев: Наук. думка, 1989. – 304с.
6. Задачи импульсного деформирования элементов конструкций / Янютин Е.Г., Янчевский И.В., Воропай А.В., Шарапата А.С. - Харьков: ХНАДУ, 2004. – 392с.
7. Луговой П.З., Мейш В.Ф., Штанцель Э.А. Нестационарная динамика неоднородных оболочечных конструкций. – К.: Изд. Полигр. центр «Киевский ун – т», 2005. – 536 с.

Получено 15.06.2007 г.