УДК 539.3

Г.И.Щурук

# ОСОБЕННОСТИ ВЛИЯНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ТОЛЩИНЫ ОБОЛОЧКИ НА ВОЛНОВОЙ ПРОЦЕСС В СИСТЕМЕ ОБОЛОЧКА-ВЯЗКАЯ ЖИДКОСТЬ

**Введение.** Среди широкого круга вопросов, непосредственно связанных с постановкой и решением задач гидроупругости, важными в практическом и теоретическом смысле являются вопросы исследования распространения волн в системах оболочка-жидкость.

Данная работа посвящена исследованию распространения малых, гармонически изменяющихся во времени возмущений в бесконечно длинной ортотропной оболочке, содержащей вязкую сжимаемую жидкость. Задача рассматривается в линейной постановке, т.е. перемещения оболочки и возмущения скорости жидкости предполагаются малыми. Такие упрощения являются оправданными, поскольку рассматривается процесс распространения гармонических волн и налагаемые ограничения не сужают рамок проводимого исследования. Этим обуславливается возможность линеаризации уравнений движения вязкой жидкости и использование линейной теории оболочек.

Поскольку конечной целью исследований является изучение волновых процессов в системе, для оболочки необходимо выбрать такую модель, уравнения движения для которой более полно описывают явление распространения волн. Кроме того, вязкая жидкость передает стенке оболочки не только нормальное давление, но и касательные усилия. Поэтому в данной задаче уместно учесть деформации поперечного сдвига и инерцию вращения нормальных элементов. Это приводит к теории оболочек типа С.П.Тимошенко. Для жидкой среды используется линеаризированная модель ньютоновской покоящейся вязкой сжимаемой жидкости.

Метод решения. Рассмотрим бесконечную круговую цилиндрическую ортотропную оболочку радиуса R и толщиной 2h, содержащую вязкую сжимаемую жидкость. Введем цилиндрическую систему координат $(z, r, \theta)$, где ось z совмещена с осью оболочки. Используем линейные уравнения теории оболочек типа

С.П.Тимошенко [1] и линеаризированные уравнения Навье-Стокса для покоящейся вязкой сжимаемой жидкости [2]. В рамках этих моделей система уравнений, описывающая совместные колебания системы, будет иметь вид:

$$L\vec{u} = \vec{q}; \tag{1}$$

$$\frac{\partial \vec{\upsilon}}{\partial t} - \nu^* \Delta \vec{\upsilon} + \frac{1}{\rho_o^*} \text{qrad} p - \frac{\nu^*}{3} \text{qrad} \operatorname{div} \vec{\upsilon} = 0;$$

$$\frac{1}{\rho_o^*} \frac{\partial \rho^*}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{\upsilon} = 0; \tag{2}$$

$$a_o = \text{const};$$

$$\dot{u}_z = \upsilon_z; \; q_r = -p_{rr}; \; q_z = -p_{rz}; \tag{3}$$

$$p_{rr} = -p + \lambda^* \left(\frac{\partial \upsilon_r}{\partial r} + \frac{\partial \upsilon_z}{\partial z} + \frac{\upsilon_r}{r}\right) + 2\mu^* \frac{\partial \upsilon_r}{\partial r};$$

$$p_{rz} = \mu^* \left(\frac{\partial \upsilon_z}{\partial r} + \frac{\partial \upsilon_r}{\partial z}\right). \tag{4}$$

Здесь в уравнениях (1): L-матрица дифференциальных операторов теории оболочек типа С.П.Тимошенко [1]; $\vec{u} = \vec{u}(u_z, u_r)$ - вектор перемещений точек срединной поверхности оболочки; $\vec{q}$ - вектор усилия внешней нагрузки, приведенный к серединной поверхности оболочки. В уравнениях (2-4): $\vec{\upsilon}$ -вектор скорости частиц жидкости; $\rho^*$ и $p$ -возмущения плотности и давления в жидкости; $\rho_o^*$ и $a_o$ -плотность и скорость звука в жидкости в состоянии покоя; $\nu^*$, $\mu^*$ -кинематический и динамический коэффициенты вязкости; $p_{rr}, p_{rz}$ - составляющие тензора напряжений в жидкости. Уравнения (3) – соответственно кинематические и динамические граничные условия, которые, в силу тонкостенности оболочки, будем удовлетворять на серединной поверхности (r=R). Соотношения (1)-(4) представляют замкнутую систему соотношений гидроупругости для ортотропной цилиндрической оболочки, содержащей вязкую сжимаемую жидкость.

Для решения этой системы соотношений используем представления общих решений уравнений гидродинамики вязкой сжимаемой жидкости через скалярные потенциалы [2]. Подставляя выражения для искомых функций в виде бегущих волн в уравнения исходной системы, используя условия на колеблющейся стенке (3),

 ISSN 1562-9945

после ряда преобразований получим систему трех линейных однородных алгебраических уравнений относительно амплитуд. Из условия существования нетривиального решения такой системы получаем дисперсионное уравнение

$$\det\left\|A_{mn}\right\| = 0,\ (m,n=1,2,3), \qquad (5)$$

где $A_{mn} = A_{mn}(c,\Omega,\gamma,\rho_o^*,a_o,\nu^*,E_i,G_{ik},\nu_{ij},\rho_{об},\frac{2h}{R},J_n(\eta_j R),\eta_j)$,

(i,j=1,2;k=2,3),

c-фазовая скорость; $\Omega$-частота; $\gamma$-коэффициент затухания волн; $E_i, G_{ik}$-модули упругости при растяжении и сдвиге; $\nu_{ij}$-коэффициенты Пуасона; $J_n(\eta_j R)$-функции Бесселя n-го порядка первого рода комплексного аргумента $\eta_j R$ [2].

Дисперсионное уравнение (5) является многопараметрическим трансцендентным уравнением и описывает процесс распространения осесимметричных волн в исследуемой гидроупругой системе.

Анализ результатов. В результате численного решения уравнения (5) получены частотно-фазовые характеристики данной гидроупругой системы. В этой работе рассмотрим влияние относительной толщины оболочки $k_0 = \frac{2h}{R}$ на дисперсионные кривые боропластиковой оболочки с глицерином.

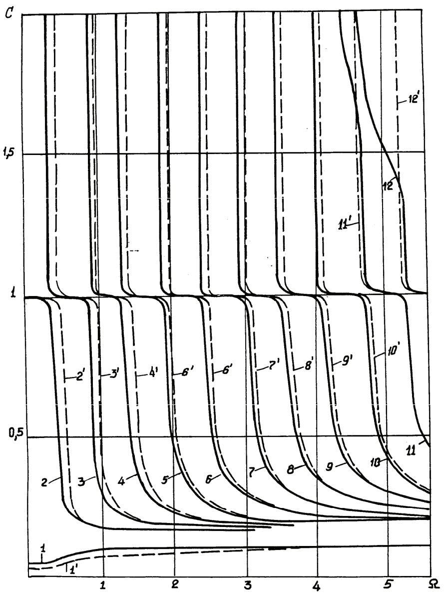


Рисунок 1

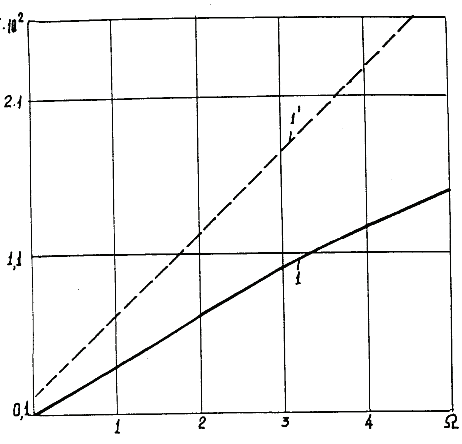


Рисунок 2

На рис.1 представлены графики зависимости фазовой скорости $c$ от частоты $\Omega$(сплошные линии соответствуют $k_0 = 0{,}125$;штриховые - $k_0 = 0{,}05$), а на рис.2 – зависимости коэффициента затухания $\gamma$ первой моды от частоты $\Omega$. Как следует из рис.1 при уменьшении относительной толщины оболочки наблюдается увеличение значений критических частот дисперсионных кривых. Кроме того, их участок (начиная с 11-ой моды), соответствующий в случае «пустой» оболочки третьей моде колебаний, при $k_0 = 0{,}05$ сдвигается на более высокие частоты $\Omega \succ 5{,}6$(на рисунке этот диапазон частот не изображен). Коэффициент затухания для первой моды (рис.2) возрастает с уменьшением относительной толщины оболочки.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Швец Р.К., Марчук Р.А. Колебания ортотропной цилиндрической оболочки типа Тимошенко, соприкасающейся со слоем жидкости // Мат. методы и физ.-мех. поля. –Киев: Наук. думка. –1975.-Вып.I.-С.135-140.
2. Гузь А.Н. Упругие волны в телах с начальными напряжениями. Т.2. Закономерности распространения.- Киев: Наук. думка, 1986.-536с.

Получено 15.06.2007 г.

 ISSN 1562-9945