

УДК 539.3

К.И.Шнеренко, В.Ф.Годзула

## НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ СОСТОЯНИЕ УСЕЧЕННОЙ КОНИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ИЗ КОМПОЗИТНОГО МАТЕРИАЛА

В работе изложены результаты решения задачи для непологой усеченной конической оболочки кругового поперечного сечения. Оболочка изготовлена из композитного материала и нагружена осевыми сжимающими усилиями интенсивности  $p$ .

1. Решение рассматриваемой задачи основано на использовании основных уравнений теории многослойных композитных оболочек, записанных в криволинейной ортогональной системе координат  $(\alpha, \beta, \gamma)$ . Система координат связана с оболочкой таким образом, чтобы линии  $\alpha$  и  $\beta$  совпадали с линиями главных кривизн срединной поверхности, а координата  $\gamma$  отсчитывалась в направлении внешней нормали. Для исследования НДС тонкостенных оболочек из композитных материалов применяется уточненная двумерная модель теории тонких оболочек типа Тимошенко [1], учитывающую специфические особенности деформирования таких материалов (наличие деформации поперечного сдвига).

В качестве разрешающих уравнений для произвольной оболочки из композитного материала используем уравнения, приведенные в [2].

2. Для решения задачи используется вариационно-разностный метод [3,4]. Согласно принципу возможных перемещений истинные перемещения обращают функцию Лагранжа в относительный минимум

$$\delta \Pi = 0, \quad (1)$$

что эквивалентно равенству нулю всех частных производных по независимым переменным. Здесь  $\Pi = V - A$ , где  $V$  - потенциальная энергия деформации,  $A$  - сумма работ внешних сил на независимых перемещениях оболочки.

Потенциальная энергия деформации представляется в виде

$$V = \int_G \Phi dG, \quad (2)$$

Из уравнения (1) получаем систему линейных алгебраических уравнений относительно дискретных значений перемещений срединной поверхности и функций сдвига  $U_i (i = 1, 4, 7, 10, 13)$

$$\sum_{a=i-1}^{i+1} \sum_{b=j-1}^{j+1} \sum_{k=1}^{13} P_{kl}^{ab} U_k^{ab} = Q_l^{ij} \quad (l, k = 1, 4, 7, 10, 13; \quad i = \overline{1, m}; \quad j = \overline{1, n}) \quad (3)$$

Здесь  $P_{kl}^{ab}$  - значение коэффициента в узле  $a, b$  при известной  $U_k^{ab}$  в уравнении для неизвестной  $U_l^{ij}$ , который является функцией геометрических и механических параметров оболочки, а также способа разбиения;  $Q_l^{ij}$  - значения в узле  $(i, j)$   $l$ -х компонент силовой нагрузки.

Матрица системы уравнений (3) симметрична, положительно определена, имеет ленточную структуру, что позволяет сократить объем используемой памяти при расчетах на ЭВМ. На основе изложенного выше подхода реализован алгоритм, где решение системы уравнений (3) находится с помощью метода квадратных корней Холецкого [3].

3. В качестве примера определим НДС непологой усеченной конической оболочки кругового поперечного сечения с толщиной  $h = \text{const}$ . Срединная поверхность оболочки отнесена к системе координат  $(s, \theta)$ , где  $s$  - расстояние вдоль образующей от сечения  $r_0$  ( $r_0 =$ наименьшее расстояние образующей о оси вращения). Главные кривизны и коэффициенты Ляме для непологой оболочки представляются в виде

$$k_1 = 0, \quad k_2 = (r_0 + s \sin \varphi)^{-1}, \quad A = 1, \quad B = r_0 + s \sin \varphi, \quad (4)$$

где  $\varphi$  - угол наклона образующей к оси вращения оболочки. При расчете по теории пологих оболочек следует принять  $B = r_0 + s$ .

Оболочка нагружена по сечению  $s = 0$  осевыми сжимающими усилиями интенсивности  $p$ . Граничные условия на контуре  $s = 0$  примем в виде

$$T_s = p \cos \varphi, \quad Q_s = p \sin \varphi, \quad S_{s\theta} = G_s = H_{s\theta} = 0.$$

На контуре  $s = S$  ( $S$  - длина образующей) имеют место условия шарнирного закрепления

$$u_s = u_\theta = w = G_s = H_{s\theta} = 0.$$

Расчеты проведены для ортотропной оболочки с параметрами

$$S/h = 50; r_0/h = 10; E_2/E_1 = 0,5; \nu_1 = 0,3; G_{12}/E_1 = 0,385; G_{13}/E_1 = G_{23}/E_1 = 0,05.$$

В таблице представлены значения усилий  $T_\theta/E_1 h \cdot 10^4$  вдоль образующей при различных значениях угла  $\varphi \{ \pi/3; \pi/6; 0 \}$ . Заметим, что случай  $\varphi = 0$  соответствует цилиндрической оболочке. Величинам в числителе соответствуют значения усилий, полученных в рамках теории непологих оболочек, а в знаменателе – по теории пологих оболочек.

Таблица

$\varphi$	$s/S$					
	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$\pi/3$	1,657	-0,060	0	0	0	-0,017
	1,573	-0,047	-0,002	0	0	-0,006
	0,956	-0,036	0	0	0,002	-0,031
$\pi/6$	0,902	0,026	0	0	0,001	-0,009
	0	0	0	0	0,003	-0,075
0	0,030	-0,001	0	0	0,001	-0,013

## ЛИТЕРАТУРА

1. Шнеренко К.И. Анализ расчетных схем для оболочек из композитных материалов с отверстиями // Прикл.механика. - 1981. - 17, №4. - С.24-30.
2. Методи розрахунку оболонок. В 5 т. Т.1. Гузь О.М., Чернишенко І.С., Чехов Вал.М., Чехов Вік.М., Шнеренко К.І. Теорія тонких оболонок, послаблених отворами. - Київ: Наук.думка, 1980.-636 с.
3. Годзула В.Ф. Применение вариационно-разностного метода к расчету композитных цилиндрических оболочек с отверстиями // Прикл.механика.- 1989.-25, №11. - С.110-113.
4. Schnerenko K.I., Godzula V.F. Stress state of a composite cylindrical shell with Sizeable circular hole//Int.Appl.Mech.-2003.-39, №11.- P.1323-1327.

Получено 15.06.2007 г.