

А.М. Павленко, И.Е. Соколовская

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ СКОРОСТИ И ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦЫ В ПОТОКЕ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ

Во многих отраслях техники применяют различные массообменные устройства для сушки гранулированного материала различного назначения [1]. В целом методики проектирования таких аппаратов известны, и если технологический процесс реализуется без каких либо особенностей, то методы расчета себя оправдывают. В случаях, когда свойства материала в процессе термообработки изменяются, традиционные методы расчета дают существенные погрешности. Тогда возникает необходимость математического моделирования основных технологических процессов.

Так на рис.1 приведена схема вихревой камеры для термообработки дисперсного материала. В гидродинамике аппарата, и соответственно в процессах обработки, следует выделить два основных этапа: предварительная подсушка частиц в плоской струе теплоносителя и окончательная термообработка в вихревом слое. Остановимся подробнее на первом этапе технологии.

В процессе движения материала вдоль стенок патрубка 9 вследствие ускорения настильной струей частицы приобретают некоторую начальную скорость [2]. При этом частицы меньшего веса будут иметь большую скорость, чем тяжелые. Такое распределение начальной скорости частиц материала представляется нам целесообразным для уменьшения выноса их из камеры с уходящими газами.

1. Рассмотрим движение одиночной частицы сферической формы в потоке газа (рис.2). Поступая в поток газа, частица движется в нем под действием силы тяжести, выталкивающей силы (силы Архимеда) и силы сопротивления. Систему координат выбираем так, чтобы ось X была направлена вдоль конуса, а ось Y перпендикулярно к его поверхности. При необходимости можно рассматривать трехмерное движение частиц, если вдоль конуса-распылителя создаем закрученную струю.

Уравнения равновесия сил, действующих на частицу, в проекциях на оси координат запишутся так:

$$ma_x = c \frac{\rho(u - \vartheta_x)^2}{2} S + mg \cos \alpha \quad (1)$$

$$ma_y = mg \sin \alpha$$

Где S - площадь поперечного сечения частицы, m - масса частицы, u - скорость потока газа, ρ - плотность газа.

Начальные условия для интегрирования уравнений будут:

при $t = 0$, $x = y = 0$,

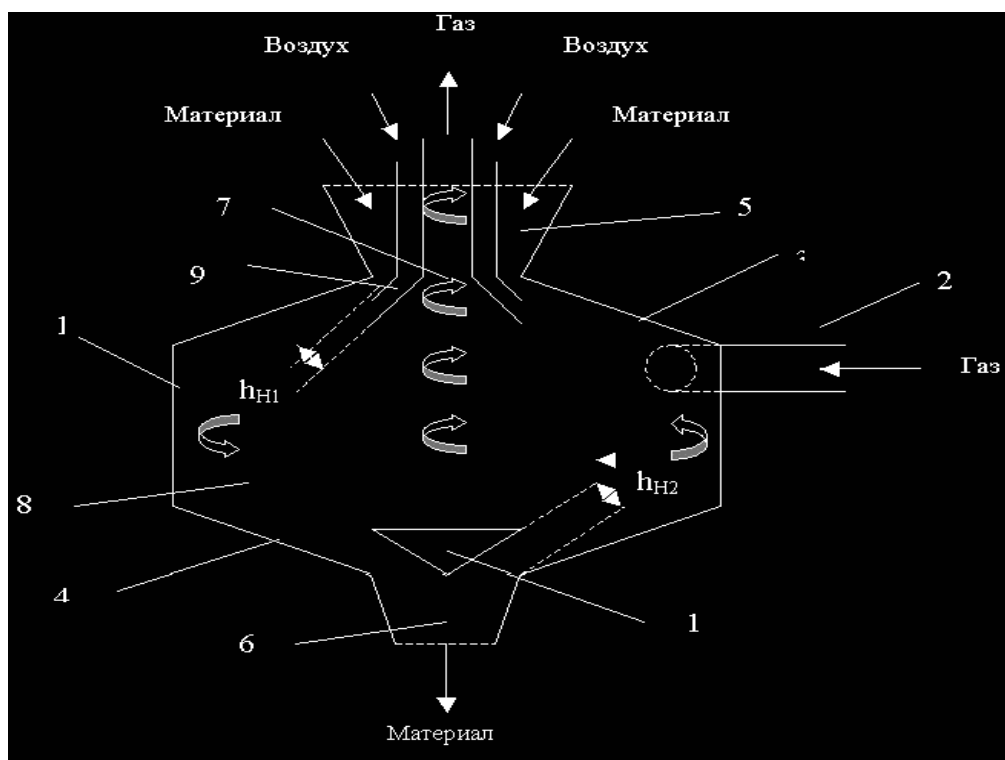


Рисунок 1 - Схема аппарата: 1- корпус; 2- боковой входной патрубок для подвода газа; 3- торцевая верхняя стенка; 4-торцевая нижняя стенка; 5- загрузочный бункер; 6- разгрузочный бункер; 7- воронка с патрубком, для отвода газа; 8-рабочая камера; 9- патрубки для подачи воздуха; 10- регулятор.

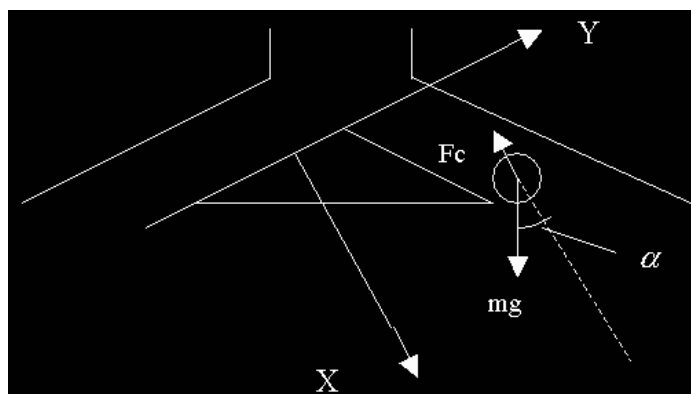


Рисунок 2 – Расчетная схема

$$\vartheta_x = \vartheta_0 \cos \alpha, \quad \vartheta_y = \vartheta_0 \sin \alpha \quad (2)$$

Задавая, таким образом, начальные условия, мы рассматриваем частицу, которая максимальное время находится в настильной струе газа. В общем случае скорость V_0 определяем как среднemasсовую

$$g_0 = \frac{4G_M}{\pi(D_T^2 - d_T^2)\rho_M},$$

где G_M - массовый расход материала; ρ_M - насыпная плотность.

Преобразуем исходные уравнения:

$$a_x = \frac{3}{4}C_x \frac{\rho}{a\rho_T} (u - g_x)^2 + \left(1 - \frac{\rho}{\rho_T}\right) g \cos \alpha, \quad (3)$$

$$a_y = g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_T}\right) \sin \alpha.$$

Второе уравнение можно интегрировать. Для интегрирования первого уравнения необходимо знать скорость потока и коэффициент сопротивления частицы при ее обтекании, который, как известно, зависит от ее относительной скорости. В начальный момент после попадания частицы в поток из-за большой относительной скорости имеет место турбулентный или переходной режимы обтекания с $C = \frac{64}{Re} = \frac{64\nu}{gd}$ коэффициентом сопротивления, изменяющимся в зависимости от числа Рейнольдса, например по формуле Клячко [3].

Для решения уравнения проведем некоторые упрощения:

$$a_x = 18 \frac{\rho}{\rho_T} \frac{\nu}{a^2} (u - g_x) + \frac{1}{6} \sqrt[3]{\left(\frac{a}{\nu}\right)^2} (u - g_x)^{\frac{5}{3}}, \quad (4)$$

$$a_y = g \sin \alpha.$$

В общем случае скорость потока изменяется по y и x .

Для сравнительно небольших расстояний можно принять $u = u_{cp} = const$. В случае численного решения можно задать и более точные законы распределения скоростей.

Приведем уравнения к безразмерному виду, выбрав в качестве характерных размеров длину конуса-распылителя l , высоту $2h_H$ и

$$\text{время } t_K = \frac{l}{u}.$$

Тогда, выполнив преобразования и опуская черточки над безразмерными величинами, получим

$$a_x = A_1(1 - g_x) + A_2(1 - g_x)^{\frac{5}{3}}, \quad (5)$$

$$a_y = A_3,$$

где $A_1 = \frac{18}{\text{Re}} \frac{\rho}{\rho_T} \frac{l}{a}$, $A_2 = \frac{1}{6} \text{Re}^{\frac{2}{3}}$, $A_3 = \frac{gl}{2h_H u} \sin \alpha_3$, $\text{Re} = \frac{ua}{\nu}$.

Начальные условия в безразмерном виде запишутся так:

при $t = 0$

$$\begin{aligned} x = y = 0; \\ \frac{dx}{dt} = \frac{g_0}{u} \cos \alpha, \quad \frac{dy}{dt} = \frac{g_0}{u} \sin \alpha. \end{aligned} \quad (6)$$

При турбулентном обтекании частиц коэффициент сопротивления зависит только от их формы и для шара можно принять $C_x \approx 0,44$. Тогда система уравнений (3), преобразованная к безразмерному виду, запишется так:

$$\begin{aligned} a_x = A_4(1 - g_x)^2 + A_5, \\ a_y = A_3, \end{aligned} \quad (7)$$

где $A_4 = \frac{3}{4} C_x \frac{\rho}{\rho_T} \frac{l}{a}$, $A_5 = \frac{gl}{u^2} \cos \alpha$.

Полученные соотношения позволяют приближенно определить время движения частицы до момента соударения с конусом-распылителем при $y = h_H$ и соответствующее ему расстояние x , которое для исключения износа корпуса не должно быть меньше длины направляющей l .

Для определения координат частицы внутри камеры закручивания проинтегрируем систему (1).

Тогда:

$$\begin{aligned} x = \frac{Cx}{m} \frac{\rho(u - g_x)^2}{2} S \frac{t^2}{2} + g \cos \frac{t^2}{2}; \\ y = g \sin \alpha t^2. \end{aligned} \quad (8)$$

2. Для предварительной сушки в плоской струе воздуха с учетом изменяющихся теплофизических и геометрических параметров частицы.

Из уравнения равновесия сил (1), действующих на частицу, в проекциях на оси координат, задавая $m = \text{const}$, $\rho_{\text{ЧАСТ}} = \text{var}$, $S = \text{var}$, $c = f(d)$:

$$\rho(\tau) \cdot \frac{4}{3} d^3(\tau) \frac{d^2 x}{d\tau^2} = \frac{c(\tau) \rho(\tau) [u(\tau) - g_x]^2}{2} \pi d^2(\tau) + \rho(\tau) \frac{4}{3} d^3(\tau) \cdot g \cos \alpha \quad (9)$$

Тогда вторая производная координаты по времени:

$$\frac{d^2 x}{d\tau^2} = \frac{3}{8} c(\tau) \pi [u(\tau) - g_x]^2 \frac{1}{d(\tau)} + g \cos \alpha;$$

Сделаем замену:

$$k_1 = \frac{3}{8} c \pi [u(\tau) - \vartheta_x]^2,$$

тогда:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} = \frac{k_1}{d(\tau)} + g \cos \alpha. \quad (10)$$

Первая производная координаты по времени:

$$\frac{dx}{d\tau} = \vartheta_{H.X.} + \int_0^\tau k_1 \frac{d\tau}{d(\tau)} + g \cos \alpha \tau.$$

Рассмотрим случай изменения диаметра частицы по степенной зависимости $d = f(\tau)$:

$$d(\tau) = D + k_2 \tau^2; \quad (11)$$

тогда:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\tau} &= \vartheta_{H.X.} + \frac{k_1}{k_2} \int_0^\tau \frac{d\tau}{\frac{D}{k_2} (1 + \tau^2)} + g \cos \alpha \cdot \tau; \\ \frac{dx}{d\tau} &= \vartheta_{H.X.} + \frac{k_1}{k_2 \sqrt{\frac{D}{k_2}}} \operatorname{arctg} \frac{\tau}{\sqrt{\frac{D}{k_2}}} \Big|_0^\tau + g \cos \alpha \cdot \tau. \end{aligned}$$

Принимаем $\bar{D} = \frac{D}{k_2}$, тогда:

$$\frac{dx}{d\tau} = \vartheta_{H.X.} + \frac{k_1}{\sqrt{Dk_2}} \operatorname{arctg} \frac{\tau}{\sqrt{D}} + g \cos \alpha \cdot \tau.$$

Следовательно:

$$x(\tau) = \vartheta_{H.X.} \cdot \tau + \int_0^\tau \frac{k_1}{\sqrt{Dk_2}} \operatorname{arctg} \frac{\tau}{\sqrt{D}} d\tau + g \cos \alpha \frac{\tau^2}{2}. \quad (12)$$

Принимаем

$$u = \operatorname{arctg} \frac{\tau}{\sqrt{D}}; \quad dz = d\tau; \quad du = \frac{1}{\sqrt{D}} \frac{d\tau}{1 + \frac{\tau^2}{D}}; \quad z = \tau. \quad (13)$$

Тогда:

$$\begin{aligned} x(\tau) &= \vartheta_{H.X.} \cdot \tau + \frac{k_1 \tau}{\sqrt{Dk_2}} \operatorname{arctg} \frac{\tau}{\sqrt{D}} - \frac{k_1}{\sqrt{Dk_2}} \int_0^\tau \frac{\sqrt{D} \cdot \tau}{\bar{D} + \tau^2} d\tau + g \cos \alpha \frac{\tau^2}{2}; \\ x(\tau) &= \vartheta_{H.X.} \cdot \tau + \frac{k_1 \cdot \tau}{\sqrt{Dk_2}} \operatorname{arctg} \frac{\tau}{\sqrt{D}} - \frac{k_1 \sqrt{D}}{2\sqrt{Dk_2}} \ln |\bar{D} + \tau^2| \Big|_0^\tau + g \cos \alpha \frac{\tau^2}{2}; \\ x(\tau) &= \vartheta_{H.X.} \cdot \tau + \frac{k_1 \cdot \tau}{\sqrt{Dk_2}} \operatorname{arctg} \frac{\tau}{\sqrt{D}} - \frac{k_1 \sqrt{D}}{2\sqrt{Dk_2}} \ln(\bar{D} + \tau^2) + \frac{k_1 \sqrt{D}}{2\sqrt{Dk_2}} \ln |\bar{D}| + g \cos \alpha \frac{\tau^2}{2}. \quad (14) \end{aligned}$$

Начальные условия для интегрирования:

$$\begin{cases} \frac{d^2 y}{d\tau^2} = g \sin \alpha; \\ \frac{dy(0)}{y(0)} = \mathcal{G}_{H.Y}; \\ y(0) = 0. \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \frac{dy}{d\tau} &= \mathcal{G}_{H.Y} + g \sin \alpha \cdot \tau = \mathcal{G}; \\ y(\tau) &= \mathcal{G}_{H.Y} \cdot \tau + g \sin \alpha \cdot \frac{\tau^2}{2}. \end{aligned} \quad (16)$$

Если $k_1 = k_1(\tau) = \frac{3}{8} c(\tau) \pi [u(\tau) - \mathcal{G}_X]^2$; то:

$$x(\tau) = \mathcal{G}_{H.X} \cdot \tau + \int_0^\tau \int_0^\tau \frac{k_1(\tau)}{d(\tau)} d\tau d\tau + g \cos \alpha \frac{\tau^2}{2}. \quad (17)$$

По предложенным зависимостям несложно рассчитать траектории движения частиц, скорости (рис.3) и размеры аппарата.

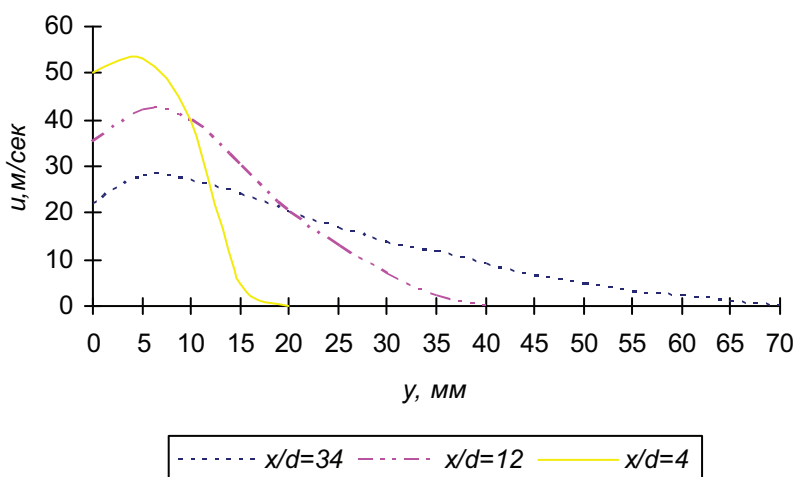


Рисунок 3 - Распределение скоростей в настильной струе

Полученные таким образом уравнения отражают указанные выше особенности термообработки частиц в вихревом аппарате с учетом изменяющихся их размеров и могут дополнить существующие методы проектирования таких установок.

ЛИТЕРАТУРА

1. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии, «Химия», 1971.
2. Бай Ши-и, Турбулентное течение жидкостей и газов, ИЛ, 1962.
3. Клячко Л.С. «Отопление и вентиляция», 4, 1934.

Получено 15.06.2007 г.