В.Г.Савченко

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕОСЕСИММЕТРИЧНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ТЕЛ ВРАЩЕНИЯ С УЧЕТОМ ВИДА НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

Повышение технических характеристик современных машин, уменьшение материалоемкости ответственных элементов приводит к росту как общей, так и местной напряженности конструкции с возможным выходом материала за пределы упругой работы. Поэтому для достоверного прогнозирования ресурса эксплуатации конструкции на стадии их проектирования та остаточного ресурса на стадии эксплуатации необходимо иметь такие методы исследования упругопластического напряженно – деформированного состояния, которые бы более углубленно учитывали характер неупругого деформирования материала при сложном неизотермическом нагружении. К таким эффектам можно отнести, например, зависимость свойств материала от вида напряженного состояния, т. е. от третьего инварианта тензора напряжений [6].

Большинство конструкционных сталей являются умеренно чувствительными к виду напряженного состояния. В них различие кривых при растяжении (сжатии) и кручении при малых деформациях не превышают 10%. В то же время для алюминиевого сплава Д16Т различие кривых растяжения (сжатия) и кручения достигает 40%. К таким материалам можно отнести и различные марки чугуна, для которых диаграммы растяжения, кручения и сжатия отличаются существенно.

В связи с этим предлагается методика исследования неосесимметричного деформированного состояния составных тел вращения из изотропных материалов с учетом вида напряженного состояния при нагружении объемными $\vec{K}(K_z, K_r, K_\varphi)$ и поверхностными $\vec{t}_n(t_{nz}, t_{nr}, t_{n\varphi})$ силами и неравномерном нагреве, т.е. для материалов, имеющих различные характеристики пластического деформирования и разрушения, например, при растяжении, сжатии, сдвиге. Предполагается, что части тела скреплены между собой без натяга и на их общей границе выполняются условия идеально силового и теплового контактов. Уровень нагружения такой, что реологические свойства материалов слоев не проявляются, хотя их механические характеристики зависят от температуры. Кроме того, нагружение и нагрев тела происходит таким образом, что в его элементах осуществляются простые (или близкие к простым) процессы деформирование или процессы деформирование по траекториям малой кривизны, сопровождающиеся неупругими деформациями и областями разгрузки. Для учета истории деформирования весь процесс нагружения и нагрева разбивается на отдельных достаточно малые по времени этапы таким образом, чтобы концы этих этапов по возможности совпадали с моментами, когда направления процессов деформирования отдельных элементов тела изменятся от нагружения к разгрузке или наоборот. Разгрузка предполагается упругой. Исследование с учетом истории таких тел вращения сводится к последовательному решению задачи нестационарной теплопроводности по определению температуры Т и задачи по определению перемещений u_i, деформаций ε_{ij} и напряжений σ_{ij} $(i, j = z, r, \varphi)$ для конкретных значений моментов времени. Тензор деформаций представляется в виде суммы тензоров упругой и пластической деформаций, при этом в процессе деформирования возможно только упругое изменение объема материала. Упругие деформации при изменении напряжений следуют обобщенному закону Гука. Тогда для описания неупругого деформирования элементов тела по различным траекториям получим зависимости между компонентами напряжений σ_{ij} и деформаций ε_{ij}, линеаризованные теми или другими способами, в виде закона Гука с дополнительными слагаемыми σ^*_{ij}, учитывающими тепловую деформацию, отклонение материала от упругого, зависимость характеристик материала от вида напряженного состояния и температуры, а также методы линеаризации исходных нелинейных соотношений [2]:

$$\sigma_{ij} = 2G^*\varepsilon_{ij} + (\mathrm{K} - 2G^*)\varepsilon_0\delta_{ij} - \sigma^*_{ij} \qquad (i, j = z, r, \varphi), \tag{1}$$

где $\varepsilon_0 = (\varepsilon_{zz} + \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\varphi\varphi})/3$ – средняя деформация; $\mathrm{K} = \dfrac{2G(1+\nu)}{1-2\nu}$ – модуль объемного расширения материала; G - модуль

 ISSN 1562-9945

сдвига и ν - коэффициент Пуассона, зависящие от температуры Т и вида напряженного состояния.

Выражения для σ^*_{ij} и модуля G^* зависят от используемой теории и способа линеаризации исходных нелинейных уравнений состояния.

В случае теории малых упругопластических деформаций, т.е. когда каждый элемент тела деформируется по прямолинейным траекториям или мало отклоняющихся от них, при линеаризации соотношений (1) методом упругих решений: $G^* = G_{0,}\ K = K_0$ - соответственно модуль сдвига и модуль объемного деформирования материала при нормальной температуре T_0 и некотором начальном значении угла вида напряженного состояния. При этом дополнительные напряжения σ^*_{ij} определяются равенствами

$$\sigma^*_{ij} = 2G_0\omega e_{ij} + 2G^*\varepsilon^{1p}_{ij} + [K_0\omega_1\varepsilon_0 + K_0(1-\omega_1)\varepsilon_T]\delta_{ij},\ (i, j = z, r, \varphi). \quad (2)$$

Здесь $\varepsilon_T = \alpha_T(T - T_0) -$ тепловая деформация, $e_{ij} = \varepsilon_{ij} - \varepsilon_0\delta_{ij} -$ компоненты девиатора деформаций, ε^{1P}_{ij} −значения пластической деформации в момент разгрузки элемента тела. Функция ω и ω_1 определяются соотношениями

$$\omega = 1 - G^*/G,\ \ \omega_1 = 1 - K/K_0,\ \ 2G^* = S/\Gamma, \quad (3)$$

где $S = \sqrt{s_{ij}s_{ij}/2}$ - интенсивность касательных напряжений, $s_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_0\delta_{ij} -$ компоненты девиатора напряжений, $\sigma_0 = \sigma_{ii}/3 -$ среднее напряжение, $\Gamma = \sqrt{e_{ij}e_{ij}/2}$ - интенсивность деформаций сдвига.

При линеаризации соотношений термопластичности методом переменных параметров упругости в уравнениях (1) G^* определяется равенством (3), а дополнительные напряжения вместо (2) определяются выражением

$$\sigma^*_{ij} = 2G\varepsilon^{1P}_{ij} + K\varepsilon_T\delta_{ij}. \quad (4)$$

При использовании соотношений теории термопластичности, описывающих деформирование элементов тела по траекториям малой кривизны, после линеаризации методом дополнительных напряжений G^* соответствует модулю сдвига G при текущих значениях температуры тела и угла вида напряженного состояния, который связан с компонентами напряжений соотношением

$3\vartheta = \arccos(3\sqrt{3}\,\mathrm{I}_3 / 2\mathrm{S}^3)$. Здесь через I_3 обозначен третий инвариант тензора девиаторов напряжений:

$$I_3 = s_{zz}s_{rr}s_{\varphi\varphi} + 2s_{zr}s_{r\varphi}s_{z\varphi} - s_{zz}s_{r\varphi}^2 - s_{rr}s_{z\varphi}^2 - s_{\varphi\varphi}s_{zr}^2. \tag{5}$$

Тогда компоненты дополнительных напряжений σ_{ij}^* определяются равенствами

$$\sigma_{ij}^* = 2G\varepsilon_{ij}^P + \mathrm{K}\varepsilon_T\delta_{ij}, \tag{6}$$

где в конце m-го этапа нагружения пластические составляющие компонентов деформации определяются соотношением

$$\left(\varepsilon_{ij}^P\right)_m = \sum_{K=1}^{m}\Delta_K\varepsilon_{ij}^P,\;\; \Delta_K\varepsilon_{ij}^P = \Delta_K e_{ij}^P = \left\langle\frac{s_{ij}}{S}\right\rangle\Delta_K\Gamma_P \tag{7}$$

Интенсивности касательных напряжений S, деформаций сдвига Γ, температура Т и угол вида напряженного состояния ϑ связаны функциональной зависимостью. Этот функционал в случае отсутствия ползучести материала превращается в функцию $\mathrm{S} = \mathrm{F}(\Gamma, \mathrm{T}, \vartheta)$ и представляет собой геометрическое место диаграмм деформирования, полученных для фиксированных значений температуры Т при различных значениях угла вида напряженного состояния ϑ. Эти диаграммы должны определяться со скоростями, при которых не проявляются реологические свойства материала.

Линеаризация нелинейных уравнений состояния осуществляется методом последовательных приближений с использованием диаграмм деформирования, соответствующих значениям заданной на этапе температуры и вычисленного на предыдущем приближении угла вида напряженного состояния. В процессе последовательных приближений при решении краевой задачи на основе теории малых упругопластических деформаций с использованием этих диаграмм деформирования вычисляется функция пластичности ω и секущий модуль G^*, а при решении задачи по теории процессов деформирования малой кривизны - приращения интенсивности накопленных пластических деформаций сдвига $\Delta_k\Gamma_P$. Затем через эти величины определяются компоненты дополнительных напряжений σ_{ij}^*, входящие в определяющие уравнения (3.1). Методики определения координат точек на термомеханической поверхности $\mathrm{S} = \mathrm{F}(\Gamma, \mathrm{T}, \vartheta)$ при фиксированных значениях угла вида напряженного состояния, описание способов определения величин ω, G^* или $\Delta_k\Gamma_P$

 ISSN 1562-9945

содержатся в работах [4, 5]. При этом в случае активного процесса деформирование из первоначально ненапряженного состояния неупругие деформации ε_{ij}^{1P}, входящие в выражение (3.2), (3.4) для дополнительных напряжений, равны нулю. Эти компоненты деформаций в момент разгрузки определяются равенством

$$\varepsilon_{ij}^{1P} = \left(1 - G_1^* / G\right) e_{ij}, \tag{8}$$

где $G_1^* = G(1-\omega)$ – соответствует G^* в момент разгрузки.

При этом, как при решении задачи теплопроводности по определению распределения температуры в исследуемом теле, так и при решении краевой задачи по определению напряженно-деформированного состояния составного тела вращения будет использоваться полуаналитический метод конечных элементов [126], в котором решение ищется в виде тригонометрических рядов на основе соответствующих вариационных уравнений.

Присоединив к вариационному уравнению (12) соотношения Коши, кинематические граничные и начальные условия, получим полную систему уравнений, которая вместе с (11) позволяет поэтапно проследить весь процесс деформирования тела и определить температуру перемещения, деформации и напряжения в любой точке тела. При таком подходе исходные трехмерные краевые задачи сводятся к решению в меридиональном сечении F тела совокупности двумерных вариационных задач для каждой гармоники в отдельности. Их дискретизация осуществляется на основе метода конечных элементов. Более подробно с методикой решения в такой постановке задач теплопроводности и термопластичности можно познакомиться в работах [4.5].

Влияние экспериментальных диаграмм деформирования материала, полученных при различных углах вида напряженного состояния, на результаты решения задачи пластичности было исследовано при вычислении напряженного состояния тонкого сплошного диска под действием центробежных сил. В качестве механических характеристик материала диска (чугун) использовались данные работ [1,3]. Напряжения в диске распределены таким образом, что угол вида напряженного состояния изменяется от $\vartheta = 0$ на ободе диска до $\vartheta = \pi/3$ в центре диска. Были проведены расчеты с использованием диаграмм, полученных при растяжении цилиндрических образцов (ϑ=0), при кручении ($\vartheta = \pi/6$) и при сжатии ($\vartheta = \pi/3$). Анализ результатов показал, что использование в расчетах диаграмм деформирования, соответствующих разному виду напряженного состояния, приводит к существенному различию результатов. В частности, если компоненты напряжений при этом отличаются на 5-10 % , то компоненты деформаций-на порядок.

Таким образом, учет третьего инварианта тензора девиаторов напряжений при исследовании напряженно-деформированного состояния составных тел вращения приводит к существенному уточнению результатов решения соответствующей краевой задачи упругопластичности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амбарцумян С.А. Разномодульная теория упругости. – М.: Наука. – 1982.-320 с.
2. Механика композитов: В 12-ти т. / Под общ. ред. А.Н.Гузя. Т.11. Численные методы / Я.М.Григоренко, Ю.Н.Шевченко,…, В.Г.Савченко и др. – К.: «А.С.К.», 2002. –448 с.
3. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. - Киев: Наукова думка. – 1988. – 736 с.
4. Савченко В.Г. О напряженном состоянии составных теп вращения с учетом повреждения разномодульных при растяжении и сжатии ортотропных материалов // Прикл. механика. – 2006.- 42, №11.-С. 57-68.
5. Успехи механики: В 6-ти томах. / Под общей редакцией А.Н.Гузя. Т.1.- Киев: “АСК”, 2005.-776с. Савченко В.Г., Шевченко Ю.Н. Пространственные задачи термовязкопластичности. С.625-660.
6. Шевченко Ю.Н., Терехов Р.Г., Тормахов Н.Н. Определяющие уравнения для описания упругопластических процессов деформирования элементов тела по траекториям малой кривизны с учетом вида напряженного состояния материала // Прикл. механика. – 2006.- 42, №4.-С. 62-72.

Получено 15.06.2007 г.