

**ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ ТРИВИМІРНОЇ МОДЕЛІ
ВЗАЄМОДІЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ПОЛЯ ОДИНОЧНОГО
ВИТКА З НЕОДНОРІДНИМ МАТЕРІАЛОМ**

Вступ. Контроль якості виробів з композитних матеріалів є актуальним ще на етапі виробництва самих композитів. Якщо умовно класифікувати композитні матеріали по геометрії компонентів, то можна виділити три основні групи: 1) з нуль-мірними компонентами, що мають всі три розміри одного і того ж порядку; 2) з одновимірними компонентами, один з розмірів яких значно перевищує два інших, наприклад, волоконні композитні матеріали на основі полімерів, металів і т. п., армовані скляними, борними, вуглецевими, керамічними і іншими волокнами; 3) з двовимірними компонентами.

Постановка задачі. Метою даної роботи є створення тривимірної моделі та її програмної реалізації для рішення задачі взаємодії електромагнітного поля вихорострумове датчика у вигляді одиночного витка, розташованого безпосередньо над композитним матеріалом, з цим матеріалом.

Отримані результати. Рівняння Гельмгольца, рішення якого знаходиться

$$\nabla^2 A - k^2 = -\mu_a J_{cm} \quad (1)$$

у нашому випадку, в декартовій системі координат виглядає так:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - k^2 A = -\mu\mu_0 j_{cm} \quad (2)$$

Замінюючи часткові похідні центральними кінцевими різницями,

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \Big|_{x=ih, y=ih, z=kh} = \frac{A_{i+1, j, k} - 2A_{i, j, k} + A_{i-1, j, k}}{h^2} \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \Big|_{x=ih, y=ih, z=kh} = \frac{A_{i, j+1, k} - 2A_{i, j, k} + A_{i, j-1, k}}{h^2} \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \Big|_{x=ih, y=ih, z=kh} = \frac{A_{i,j,k+1} - 2A_{i,j,k} + A_{i,j,k-1}}{h^2} \quad (5)$$

отримаємо вираз для величини вектор-потенціалу:

$$\frac{A_{i+1,j,k} + A_{i-1,j,k} + A_{i,j+1,k} + A_{i,j-1,k} + A_{i,j,k+1} + A_{i,j,k-1} - 6A_{i,j,k}}{h^2} - k^2 A_{i,j,k} = -\mu\mu_0 j_{cm} \quad (6)$$

Після алгебраїчних перетворень та спрощень вираз для обчислення величини вектор-потенціалу має такий вигляд:

$$A_{i,j,k} = \frac{A_{i+1,j,k} + A_{i-1,j,k} + A_{i,j+1,k} + A_{i,j-1,k} + A_{i,j,k+1} + A_{i,j,k-1} + h^2 \mu\mu_0 j_{cm}}{6 + h^2 k^2} \quad (7)$$

Для завдання граничних умов скористаємось:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} = 0 \quad (8)$$

Що задовольняє граничній умові $A|_c = f$.

У витку і в повітрі параметр k^2 дорівнює 0, а також у повітрі та в матеріалі можна знехтувати сторонніми струмами, тому там $J_{ct}=0$, внаслідок цього в різних зонах формули для обчислення будуть відрізняться.

Вектор-потенціал величина векторна, тому для обчислення, необхідно розділити його на дійсну та уявну частину.

$$A = \text{Re } A + j \text{Im } A \quad (9)$$

Обчислювальні формули будуть мати такий вигляд:

$$\text{Re } A_{i,j,k} = \frac{\sum \text{Re } A + h^2 \mu\mu_0 j_{cm}}{6 + h^2 k^2} + j \frac{\sum \text{Im } A}{6 + h^2 k^2} \quad (10)$$

Щоб позбутися комплексного числа в знаменнику помножимо вираз на комплексно-спряжене значення:

$$\text{Re } A_{i,j,k} = \frac{(\sum \text{Re } A + h^2 \mu\mu_0 j_{cm})(6 - h^2 k^2) \sum \text{Im } A}{36 + h^4 k^4}$$

$$\text{Im } A_{i,j,k} = \frac{(\sum \text{Im } A + h^2 \mu\mu_0 j_{cm})(6 - h^2 k^2) \sum \text{Re } A}{36 + h^4 k^4}$$

Після всіх алгебраїчних перетворень формули, що використовуються для ітераційних обчислень, мають такий вигляд:

$$\text{Re } A_{i,j,k} = \frac{6(\text{Re } A_{i+1,j,k} + \text{Re } A_{i-1,j,k} + \text{Re } A_{i,j+1,k} + \text{Re } A_{i,j-1,k} + \text{Re } A_{i,j,k+1} + \text{Re } A_{i,j,k-1} + h^2 \mu\mu_0 j_{cm})}{36 + h^4 k^4} -$$

$$\frac{k^2 h^2 (\text{Im } A_{i+1,j,k} + \text{Im } A_{i-1,j,k} + \text{Im } A_{i,j+1,k} + \text{Im } A_{i,j-1,k} + \text{Im } A_{i,j,k+1} + \text{Im } A_{i,j,k-1})}{36 + h^4 k^4}$$

$$\operatorname{Im}A_{i,j,k} = \frac{6(\operatorname{Im}A_{i+1,j,k} + \operatorname{Im}A_{i-1,j,k} + \operatorname{Im}A_{i,j+1,k} + \operatorname{Im}A_{i,j-1,k} + \operatorname{Im}A_{i,j,k+1} + \operatorname{Im}A_{i,j,k-1})}{36+h^4k^4} -$$

$$\frac{k^2h^2(\operatorname{Re}A_{i+1,j,k} + \operatorname{Re}A_{i-1,j,k} + \operatorname{Re}A_{i,j+1,k} + \operatorname{Re}A_{i,j-1,k} + \operatorname{Re}A_{i,j,k+1} + \operatorname{Re}A_{i,j,k-1} + h^2\mu\mu_0j_{cm})}{36+h^4k^4}$$

По аналогії з двомірною моделлю будемо використовувати сіткову модель. Крок сітки приймаємо $h = 0.5 \cdot 10^{-4}$ м. Область досліджуваного композиту по осі $x = 6$ см = 120 вузлів сітки, по $y = 4$ см = 80, по $z = 4$ см = 80 вузлів. Виток відстає від композиту на 1 крок сітки. Радіус витка візьмемо $1\text{мм} = 20$ вузлів. Шари композиту розташовуються під довільним кутом α щодо осі x , вглиб матеріалу. Модель композита зображена на рис. 1. Перед початком розрахунків можна вибрати товщину шарів тканини і зв'язуючого, кут нахилу шарів. Товщина тканини була вибрана 10 вузлів, а товщина зв'язуючого - 6 вузлів. Це відповідає товщинам 0.5 мм та 0.3 мм.

Програмна реалізація виконана за допомогою Borland C++ Builder 6. Перед початком розрахунків треба вибрати, для яких величин k^2 (що відповідає величині параметра β) будуть проводитись обчислення, визначити товщини шарів тканини та зв'язуючого.

Програма починає моделювання після того як користувач вибрав потрібні параметри і натиснув кнопку «Расчёт». Кнопка «Обнуление» потрібна для того щоб після закінчення моделювання, повернути модель до початкових значень. За допомогою групи перемикачів «Материал» та «Отношение слоёв», користувач вибирає значення k_f^2 та k_c^2 . До групи додаткових параметрів входять: кут нахилу шарів до межі - «Угол слоёв»; погрішність розрахунку - «Погрешность»; а також товщини шарів тканини та зв'язуючого. В нижній частині вікна знаходяться лічильники та смуга стану, які показують перебіг розрахунку.

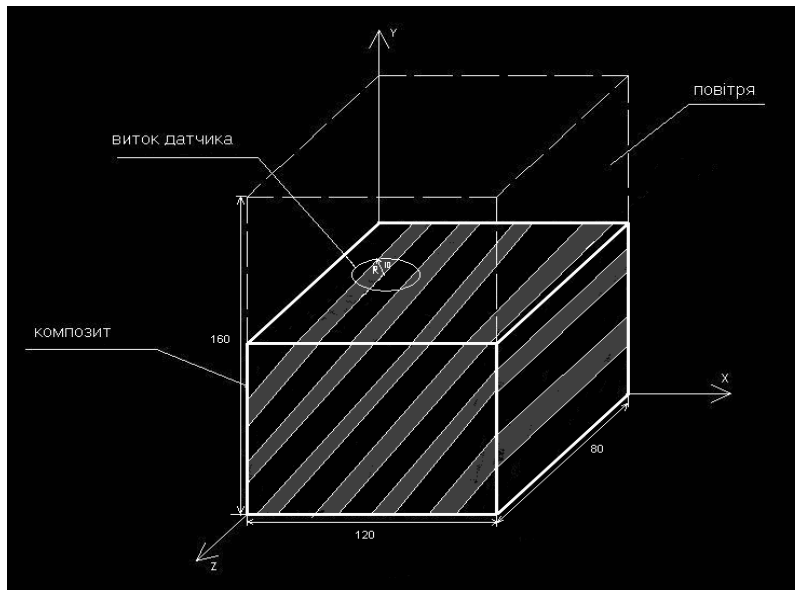


Рисунок 1 - Модель композита

Після натискання на кнопку «Расчёт» програма починає виконувати основний цикл. Він починається з програми обнуління масиву. Для прискорення процесу масив одночасно обробляється з шести сторін, тобто за одну ітерацію обробляється шість точок.

Далі програма будує модель витка, за допомогою окремої функції яка, підчас руху витка відносно матеріалу, запобігає зникненню точок у ньому. Наступний крок надає початкові значення точок витка. Після чого починається побудування самого матеріалу. Параметри беруться із значень заданих користувачем. На цьому побудування моделі закінчується.

Коли модель збудована, починається цикл розрахунку, який продовжується до тих пір, поки абсолютна погрішність між поточним та попереднім значеннями величини дійсної частини вектор-потенціалу в точках витка стає менше ніж 10%. Після цього виток зсувається на один шаг сітки. Перед кожним новим зсувом витка, програма зберігає значення точок витка у файл. Цикл закінчується тоді коли виток пройде увесь матеріал.

Для моделювання композиту було використано масив структур розміром 120x140x80. Точкою масиву є структура, що містить дійсну та уявну частини вектор-потенціалу - змінні ReA та ImA типу `float`, а також змінна `TypePoint` типу `int`, що визначає до якого типу середовища відноситься ця точка моделі. Різні області моделі мають номери, аналогічні відповідним номерам у двомірній моделі, 1, 2 –

відповідно матеріал та зв'язуюче, 3, 4 – граничні вузли, 5-виток, 0 – повітря.

В цикл включено декілька підпрограм. Зупинимось на деяких аспектах: щоб дізнатися, чи виток досягнув кінця області, перевіряємо величину змінної, що містить поточну координату центра витка по осі x , і, якщо її значення менше 97, цикл продовжується, якщо більше чи дорівнює, цикл припиняється. Точність підрахунку визначається за допомогою іншої змінної „Raznost”. Її значення показує кількість точок витка в яких було досягнуто потрібну точність, то б то якщо вона дорівнює 57 – саме стільки вузлів сітки утворюють виток, програма записує дані до файлу “date.txt”.

Для обнуління масиву використовується принцип звичайного алгоритму проходження по масиву, але для прискорення роботи одночасно обробляються декілька точок, з різних кутів масиву, тобто за одну ітерацію масиву обробляється вісім точок масиву. Таким чином зменшується кількість ітерацій, і як слідство машинний час. Одночасно обнуління іде у двох масивах, дійсному та масиву попередніх значень.

Для побудови кола витка було застосовано жорсткий шаблон. По вузлах сітки було побудоване коло, поділене на вісім однакових секторів. Цикл формування витка будує по вузлах лише одну частину, всі інші будуються залежно від неї. До функції побудови витка було включено функцію знищення його на попередньому етапі. Після побудови починаються алгоритми присвоєння початкового значення вузлам витка та запис його значень до файлу під час переходу на інший шаг.

Функція побудування моделі композита починається з побудування межі матеріалу та повітря поступовим перебором точок та присвоєнням їм відповідного значення змінної. Будування самого матеріалу починається з отримання значення кута нахилу шарів та їх товщини із початкової форми, де задаються дані для розрахунків. Побудування матеріалу полягає в розміщенні шарів один за одним, а відповідно до товщин шарів тканини та зв'язуючого на потрібному етапі розміщується одиночний шар границі. Перед кожним кроком призначення типу шару проводиться перевірка, чи не вийшло значення змінної, яка визначає координату по осі x , за межі масиву.

Після проходження по осі x в залежності від кута нахилу шарів площина матеріалу на наступній координаті по осі y повторюється, або зсувається на 1 вузол, або зсувається на 2 вузли сітки.

Власне функція розрахунку складається з двох частин. В першій частині міститься розрахунок величин, постійних для даної ітерації. В другій частині підраховуються значення окремо дійсної та уявної частин вектор-потенціалу в сітковій області за різними виразами, в залежності від того, до якої області належить даний конкретний вузол сітки.

В процесі виконання роботи було розроблено та відлагоджено програму, що моделює якісний аналіз структури шаруватого композитного матеріалу з довільним кутом "виходу" шарів на поверхню за допомогою дослідження магнітного векторного потенціалу вимірюючої рамки у вигляді одиночного витка, розташованого безпосередньо над матеріалом. Для моделювання було використано сітковий метод рішення диференціальних рівнянь в часткових похідних. В програмі був змодельований процес структуроскопії ідеального композитного матеріалу. Алгоритм програми дозволяє довільним способом вибирати різні параметри моделювання, такі як кут нахилу шарів, їх ширину, k^2 та точність підрахунку.

На машині з тактовою частотою процесора 2.4 ГГц та шиною пам'яті 333МГц, підрахунок однієї ітерації для одного вузла сітки займає 5 хвилин.

ЛІТЕРАТУРА

1. Хандецкий В.С., Маркович В.А. Расчёт методом сеток внесённых параметров вихревых преобразователей, расположенных над структуроанизотропным материалом/ Дефектоскопия, 1991 - № 2. – С. 60-68М.

Отримано 24.11.2006 г.