

УДК 621.391

О.О.Дробахин, А.В.Доронин, В.Г.Короткая

## О ВОЗМОЖНОСТЯХ ПРИМЕНЕНИЯ НЕЙРОННО-СЕТЕВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЦИФРОВОГО СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА

**Введение.** Задача оценивания параметров модели

$$R(t_n) = R_n = \sum_{m=1}^M r_m \cos(\omega_m t_n + \psi_m) \quad (1)$$

а именно, амплитуд  $r_m$ , частот  $\omega_m = 2\pi f_m$  и начальных фаз  $\psi_m$  по данным измерений некоторой зависимости  $R(t_n)$ , заданных на дискретной сетке времен  $t_n = t_0 + n\Delta t$  ( $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ) в эквидистантных отсчетах, является актуальной для многих приложений [1]. При использовании  $\Delta t = 1$  в выражении (1) рассматривают нормированные частоты. Знание параметров модели типа (1) позволяет определять собственные частоты объектов, выделять отражения в радиотрактах [2]. Задача приобретает особую сложность, когда частоты  $\omega_1$  и  $\omega_2$  мало отличаются друг от друга, а в исходных данных присутствуют искажающие шумы. Нейронные сети являются мощным средством решения широкого круга задач [3], поэтому представляет интерес исследовать возможности оценивания значений близких частот с использованием нейронных сетей. Если сеть была обучена для получения искомым параметров типа частот, амплитуд и начальных фаз по значениям отсчетов  $R(t_n)$ , применение искусственной нейронной сети позволяет избежать непосредственного построения точного обратного оператора, связывающего отсчеты  $R(t_n)$  и искомые параметры.

**Анализ публикаций.** Среди классических методов оценивания спектральных параметров наилучшие оценки по точности обеспечивает алгоритм минимизации соответствующей целевой функции [4], т.е. метод квазирешений. Большое распространение получили методы на основе обобщенного пучка матриц [5]. Возможно также использование дробно-рациональной аппроксимации (интерполяции) в фурье-сопряженной области [6]. В работе проведен анализ разрешающей способности для одного из алгоритмов

последнего класса. Наиболее многосторонне процесс построения искусственных нейронных сетей представлен в [3].

**Постановка задачи.** Решение о применении любого из рассмотренных методов должно базироваться на сравнительном анализе затрат времени на проведение вычислений, точности оценивания, разрешающей способности. Под разрешающей способностью метода спектрального анализа будем понимать минимальное расстояние между частотами, при котором их значения могут быть оценены с заданной точностью. Для проведения указанного сравнения, по аналогии с [6], была рассмотрена модель в виде суммы двух косинусоид. Одна из компонент имеет нормированную частоту  $f_1$ , а вторая частота принимает значение  $f_2 = f_1 + \Delta f$ . При этом амплитуды и начальные фазы предполагались фиксированными. Целью данной работы является исследование возможностей применения нейронных сетей различной структуры для решения задач оценивания частот компонент при наличии шума. При этом тренировка нейронной сети производится на основе отсчетов идеальной функции без шума.

**Описание алгоритма.** Любое создание нейронной сети включает синтез сети, обучение и применение к оценке параметров. Имитируемые или измеренные данные для обучения позволяют адаптировать параметры сети для любой модели. Известно [3], что однослойная сеть имеет серьезные ограничения: классы задач, которые могут быть решены, очень ограничены. Достаточной гибкостью обладает сеть с прямыми связями, состоящая из слоев входных и выходных нейронов и промежуточного слоя нейронов (скрытых нейронов). При этом предполагается, что в пределах слоя между нейронами не существует связей. Установлено [3], что даже один слой скрытых нейронов позволяет аппроксимировать функцию с большим числом разрывов с произвольной точностью при условии использования нелинейной функцией активации для нейронов в скрытом (промежуточном) слое. Число нейронов во входном слое совпадает с числом  $N$ , т.е. числом отсчетов сигнала, предъявленного для обучения или определения значений интересующих параметров. Число нейронов в выходном слое совпадает с числом параметров, подлежащих оценке. Функцией активации для входного слоя является сигмоидальная функция (s-функция), функция активации

выходного слоя - линейная. Численный эксперимент по применению линейной функции для входного слоя показал, что такая структура сети приводит к заикливанию процесса тренировки и, следовательно, невозможности достичь необходимой точности.

Исходя из того, что связь между  $R(t_n)$  и значениями частот носит ярко выраженный нелинейный характер, в качестве функции активации нейронов промежуточного слоя была выбрана s-функция вида

$$y_k = F(s_k) = \frac{1}{1 + e^{-s_k}} \quad (2)$$

В качестве алгоритма обучения был выбран алгоритм Левенберга-Марквардта, так как он обеспечивает наиболее оптимальные результаты по тренировке нейронной сети среди алгоритмов квазиньютоновского типа, а именно соотношение точности и времени обучения нейронной сети. При этом он требует значительных ресурсов оперативной памяти. Под точностью сети понимают невязку между предъявленными для обучения данными и выходом натренированной сети в среднеквадратичной метрике.

**Результаты численного эксперимента и выводы.** На первом этапе было проведено исследование влияния числа нейронов в скрытом слое на точность оценивания, скорость обучения. Для этой цели была синтезирована сеть с прямой связью с тремя слоями нейронов. Первый слой имел 25 нейронов, что совпадало с числом выборок входного сигнала. Число нейронов во втором (скрытом) слое изменялось в диапазоне от 5 до 53. При числе нейронов в скрытом слое менее 5 необходимые точности оценок не достигались, а во многих случаях происходило зависание процесса тренировки сети. Выходной слой имел 2 нейрона.

Таблица 1

№	Модель сети	Точность тренировки	Время тренировки, мин	Количество эпох	Максимальная погрешность при S/N 40дБ	Максимальная погрешность при S/N 25дБ	Максимальная погрешность при S/N 10дБ
1	25:5:2	$10^{-4}$	5	94	0,0162	0,0763	0,1457
2	25:5:2	$10^{-5}$	32	620	0,0409	0,2067	0,3729
3	25:5:2	$10^{-5}$	11	213	0,0255	0,13041	0,2750
4	25:5:2	$10^{-5}$	1	12	0,0179	0,0904	0,1840
5	25:5:2	$10^{-5}$	19	501	0,0338	0,1693	0,3215
6	25:5:2	$10^{-5}$	11	221	0,0351	0,1433	0,3043

7	25:5:2	$10^{-5}$	6	105	0,0274	0,1406	0,2394
8	25:5:2	$10^{-6}$	1	24	0,0175	0,0827	0,1786
9	25:6:2	$10^{-4}$	2,5	32	0,0212	0,1040	0,2151
10	25:6:2	$10^{-5}$	3	55	0,0256	0,1183	0,2246
11	25:6:2	$10^{-6}$	2	20	0,0199	0,1081	0,2163
12	25:12:2	$10^{-4}$	1	6	0,0383	0,1712	0,3374
13	25:12:2	$10^{-5}$	1	11	0,0221	0,1086	0,2144
14	25:12:2	$10^{-6}$	1	12	0,0213	0,1124	0,2266
15	25:25:2	$10^{-4}$	1	7	0,0384	0,1792	0,3780
16	25:25:2	$10^{-5}$	1,5	9	0,0434	0,1997	0,4192
17	25:25:2	$10^{-6}$	3	11	0,0252	0,1090	0,2219
18	25:50:2	$10^{-4}$	2	7	0,0714	0,3433	0,6672
19	25:50:2	$10^{-5}$	3	9	0,0560	0,2432	0,5138
20	25:50:2	$10^{-6}$	6	16	0,0495	0,2668	0,5068
21	25:51:2	$10^{-4}$	2,5	6	0,0583	0,2744	0,5183
22	25:51:2	$10^{-5}$	3	8	0,0583	0,2730	0,6236
23	25:51:2	$10^{-6}$	5	12	0,0541	0,2808	0,5865
24	25:52:2	$10^{-4}$	4	6	0,0505	0,2870	0,5651
25	25:52:2	$10^{-5}$	4	10	0,0821	0,3797	0,7522
26	25:52:2	$10^{-6}$	5	12	0,0661	0,3156	0,6165
27	25:53:2	$10^{-4}$	3	7	0,0622	0,3269	0,6395
28	25:53:2	$10^{-5}$	4	9	0,0703	0,3197	0,6305
29	25:53:2	$10^{-6}$	4	10	0,0524	0,2790	0,5452
30	25:53:2	$10^{-6}$	5	11	0,0558	0,2678	0,5061
31	25:53:2	$10^{-6}$	6	14	0,0610	0,2940	0,5853
32	25:53:2	$10^{-6}$	6	14	0,0583	0,2989	0,6019

Нормированные частоты лежали в пределах: первая – 0,2543–0,2548; вторая– 0,255–0,4125, при этом интервалы обучения были разбиты 25 отсчетами на 24 подинтервала. Значения начальных фаз равнялись нулю, а амплитуды были равны 1.

Информация о времени обучения, количестве эпох, необходимых для достижения точности совпадения модели и заданных данных в квадратичной метрике, и максимальная в пределах интервала обучения погрешность оценивания частот для различных структур сетей представлена в таблице 1. При повторном запуске режима тренировки сети были получены различные результаты, однако тенденции сохранялись (результаты экспериментов 2-7, 29-32). Возможным объяснением этого факта служит то, что поиск оптимальных значений весов происходит каждый раз по независимым путям, и формируются различные значения весов, которые в конечном итоге обеспечивают решение задачи. Несовпадение результатов времени тренировки в большей степени наблюдалось для структур с малым числом нейронов в скрытом слое. Важно отметить, что при тренировке нейронных сетей с малым числом нейронов в скрытом слое процесс в ряде случаев носил

лавиный характер, т.е. тренировка завершалась в течение одной минуты, при этом результаты работы такой сети были наилучшими (Таблица 1, №2-7). Вероятно, наличие некоторых расхождений в значениях весов для большого числа нейронов скрытого слоя не сказывается заметным образом на конечный результат, в то время как при малом числе нейронов изменения значений весов носит принципиальный характер. Выбор числа нейронов скрытого слоя из диапазона 49-54 был обусловлен необходимостью проверки рекомендаций, изложенных в работе [7] для сетей элмановского типа. Параметр точность сети изменялся и принимал значения  $10^{-4}, 10^{-5}, 10^{-6}$ . Целью такого исследования была проверка зависимости скорости тренировки сети от точности и ее влияние на регуляризирующие свойства алгоритма. Результаты экспериментов показали, что во многих случаях точность в этих пределах не является решающим фактором.

Оценивание значений нормированных частот  $f_{1,2}$  проводилось для 100 испытаний тестового примера для модели (1) с параметрами  $f_1$  из диапазона 0,2543–0,2548 и  $f_2 = f_1 + \Delta f$  из интервала 0,255–0,4125,  $r_1 = r_2 = 1$ ,  $N = 25$ , при добавлении аддитивного гауссовского шума. Шум имел среднее квадратичное отклонение 0,01, 0,05, 0,1, что для частот, принадлежащих краям диапазона, соответствует отношениям сигнал/шум 40, 25, 10 дБ, и нулевое среднее. По результатам оценивания вычислялась полная среднеквадратичная ошибка оценок частот  $e = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_{m=1}^2 \left( \sigma_m^2 + |f_m - \hat{f}_m|^2 \right)} / \Delta$ , где  $\sigma_m^2$  – дисперсия оценок  $\hat{f}_m$  частоты  $f_m$ , шаг дискретизации  $\Delta = 1/N$  в частотной области соответствует шагу между соседними отсчетами дискретного преобразования Фурье модели (1) при условии, что шаг дискретизации во временной области равен 1.

Сеть обеспечила удовлетворительную точность оценок не только в точках обучения, но и в промежуточных точках, то есть она обладает возможностями интерполяции. При этом наблюдалась возможность незначительной экстраполяции оценок за пределы диапазона частот обучения. Такое поведение наблюдалось для всех структур сети за исключением сети с четырьмя и менее нейронами в скрытом слое, где точность оценок была неудовлетворительной. Умножение входного

сигнала на коэффициенты 0,5, 2, 10 не приводили к сколько-нибудь существенным изменениям работоспособности сети, однако большие множители, например, 100, приводили к катастрофическому ухудшению работы сети.

Изменение амплитуды одной из компонент сигнала, предъявляемого для обработки на 5-10 %, приводили к существенному ухудшению оценки частоты этой компоненты, при этом точность оценки компоненты с неизменной амплитудой оставалось на прежнем уровне. Аналогичные исследования были проведены для изменения начальной фазы одной из компонент (в частности, на  $6^\circ$ ), при этом были получены результаты полностью соответствующие результатам для изменения амплитуды.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Марпл С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. – М.: Мир, 1990. – 584 с.
2. Vanhamme H. High-resolution frequency-domain reflectometry by estimation of modulated superimposed complex sinusoids // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. – 1992. – V. 41, N 12. – PP. 762-767.
3. Хайкин С. Нейронные сети: полный курс. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2006. – 1104 с.
4. Андреев М.В., Борулько В.Ф., Дробахин О.О. Разрешающая способность спектрального анализа методом максимального правдоподобия // Изв.вузов. Радиоэлектроника, 1998, № 2. – с. 3-11.
5. Hua Y., Sarkar T.K. Generalized Pencil-of-Function Method for Extracting Poles of an EM System from Its Transient Response // IEEE Transactions on Antennas and Propagation. – 1989. – V. 37, N 2. – PP. 229-233.
6. Андреев М.В., Борулько В.Ф., Дробахин О.О., Короткая В.Г., Салтыков Д.Ю. О разрешающей способности метода спектрального анализа на основе дробно-рациональной интерполяции // Системные технологии. – Выпуск 6(41). – Днепропетровск: 2005. – с. 21-26.
7. Хандецкий В.С., Кучеренко О.С. Імовірнісні характеристики нейромережної ідентифікації зображень дефектів з використанням нечіткої логіки // Системные технологии. – Выпуск 6(41). – Днепропетровск: 2005. – с. 54-64.

Получено 23.11.06