УДК 539.3

Г.И. Щурук

ОСОБЕННОСТИ ВЛИЯНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ПУАССОНА НА ОСЕСИММЕТРИЧНЫЙ ВОЛНОВОЙ ПРОЦЕСС В СИСТЕМЕ ОБОЛОЧКА-ВЯЗКАЯ ЖИДКОСТЬ

Введение. Широкое применение в практике оболочечных конструкций, содержащих жидкость, вызывает потребность в знании закономерностей волновых процессов, происходящих в них. Влияние вязкой сжимаемой жидкости на осесимметричный волновой процесс в оболочке подробно изучено в основном в рамках модели изотропной оболочки. Однако при исследовании оболочек из современных композитных материалов, обладающих пониженной сдвиговой жесткостью, уже нельзя пренебрегать деформациями поперечного сдвига и инерцией вращения элемента оболочки. Их учет является также весьма желательным при рассмотрении задач взаимодействия оболочек с вязкой сжимаемой жидкостью. Модель, более полно отражающая поведение реальных оболочечных конструкций и учитывающая деформацию сдвига и инерцию вращения, связана с именем С.П.Тимошенко. В данной работе рассматривается задача распространения осесимметричных волн в бесконечной ортотропной цилиндрической оболочке типа С.П.Тимошенко, взаимодействующей с вязкой сжимаемой жидкостью.

Метод решения. Рассмотрим процесс распространения осесимметричных волн в системе ортотропная оболочка (радиуса R и толщиной 2h) – вязкая сжимаемая жидкость. При этом используем линейные теории оболочек, которые учитывают деформацию поперечного сдвига и силу инерции вращения [1], а также линеаризированные уравнения Навье-Стокса для покоящейся вязкой сжимаемой жидкости [2]. В рамках этих моделей система уравнений, описывающая совместные колебания гидроупругой системы, в цилиндрической системе координат (z, r, θ) будет иметь вид:

$$L\vec{u} = \vec{q}; \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{\upsilon}}{\partial t} - \nu^{*} \Delta \vec{\upsilon} + \frac{1}{\rho_{o}^{*}} \mathrm{qrad} p - \frac{\nu^{*}}{3} \mathrm{qrad} \,\mathrm{div} \vec{\upsilon} = 0;$$

$$\frac{1}{\rho_o^*}\frac{\partial\rho^*}{\partial t}+\mathrm{div}\vec{\upsilon}=0; \qquad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial\rho^*}=a_o^2, \qquad a_o=\mathrm{const};$$

$$\dot{u}_r=\upsilon_r; \qquad \dot{u}_z=\upsilon_z; \qquad q_r=-p_{rr}; \qquad q_z=-p_{rz}; \qquad (3)$$

$$p_{rr}=-p+\lambda^*\left(\frac{\partial\upsilon_r}{\partial r}+\frac{\partial\upsilon_z}{\partial z}+\frac{\upsilon_r}{r}\right)+2\mu^*\frac{\partial\upsilon_r}{\partial r};$$

$$p_{rz}=\mu^*\left(\frac{\partial\upsilon_z}{\partial r}+\frac{\partial\upsilon_r}{\partial z}\right). \qquad (4)$$

Здесь в уравнениях (1): L-матрица дифференциальных операторов теории оболочек типа С.П.Тимошенко [1]; $\vec{u}=\vec{u}(u_z,u_r)$ - вектор перемещений точек срединной поверхности оболочки; $\vec{q}$ - вектор усилия внешней нагрузки, приведенный к серединной поверхности оболочки. В уравнениях (2-4): $\vec{\upsilon}$-вектор скорости частиц жидкости; ρ^* и p-возмущения плотности и давления в жидкости; ρ_o^* и a_o-плотность и скорость звука в жидкости в состоянии покоя; ν^*, μ^*-кинематический и динамический коэффициенты вязкости; p_{rr}, p_{rz}-составляющие тензора напряжений в жидкости. Уравнения (3) – соответственно кинематические и динамические граничные условия, которые, в силу тонкостенности оболочки, будем удовлетворять на серединной поверхности (r=R). Соотношения (1)-(4) представляют замкнутую систему соотношений гидроупругости для ортотропной цилиндрической оболочки, содержащей вязкую сжимаемую жидкость.

Для решения уравнений малых колебаний вязкой сжимаемой жидкости, соприкасающейся с упругой оболочкой, используем представления общего решения уравнений (2) через потенциалы [3]. Подставляя выражения для искомых функций в виде бегущих волн в уравнения исходной системы, используя условия на колеблющейся стенке (3), после ряда преобразований получим систему трех линейных однородных алгебраических уравнений относительно амплитуд. Из условия существования нетривиального решения такой системы получаем дисперсионное уравнение

$$\det\left\|A_{mn}\right\|=0, \ (m,n=1,2,3), \qquad (5)$$

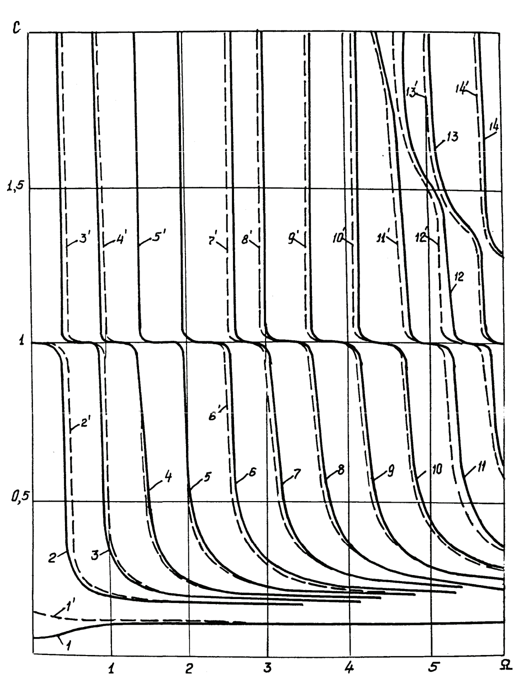
где $A_{mn} = A_{mn}(c, \Omega, \gamma, \rho_o^*, a_o, \nu^*, E_i, G_{ik}, \nu_{ij}, \rho_{об}, \frac{2h}{R}, J_n(\eta_j R), \eta_j)$,

(i,j=1,2; k=2,3),

c-фазовая скорость; Ω-частота; γ-коэффициент затухания волн; E_i, G_{ik}-модули упругости при растяжении и сдвиге; ν_{ij}-коэффициенты Пуасона; $J_n(\eta_j R)$-функции Бесселя n-го порядка первого рода комплексного аргумента $\eta_j R$ [2].

Полученное дисперсионное уравнение (5), выражающее связь между фазовой скоростью c и частотой Ω, является трансцендентным и описывает распространение осесимметричных волн в системе оболочка-жидкость.

Анализ результатов. В данной работе ограничимся исследованием влияния коэффициента Пуассона на частотно-фазовые характеристики системы.



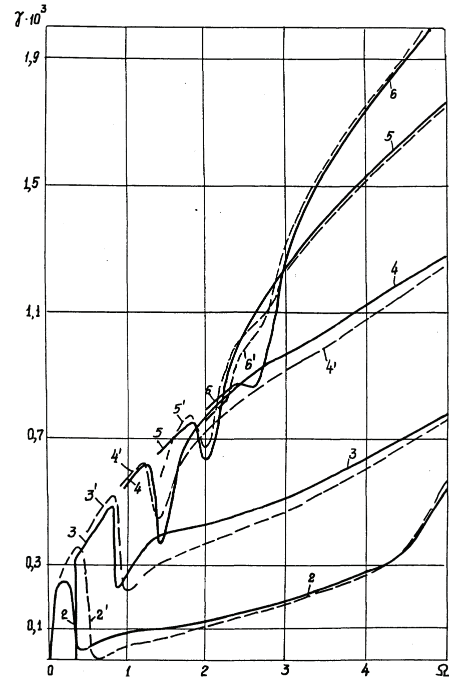


Рисунок 1	Рисунок 2

На рис.1,2 представлены графики зависимости фазовой скорости c и коэффициента затухания γ от частоты Ω(сплошные линии соответствуют значениям $\nu_{12} = 0{,}28;\ \nu_{21} = 0{,}0178;$ штриховые - $\nu_{12} = 0{,}28;\ \nu_{21} = 0{,}1$). Как видно из рис.1 изменение коэффициента Пуассона по разному влияет на величины критических частот дисперсионных кривых. Так, на низких частотах наблюдается увеличение значений критических частот с ростом величины ν_{21}. Далее в диапазоне частот $1 \prec \Omega \prec 2{,}4$ изменение коэффициента Пуассона не оказывает влияние на дисперсионные кривые. На высших частотах $\Omega \succ 2{,}4$ увеличение ν_{21} ведет к уменьшению значений критических частот. Кроме этого, увеличение ν_{21} приводит к увеличению значений фазовых скоростей первой моды колебаний для низких частот в узком диапазоне $(0 \prec \Omega \prec 0{,}8)$. Фазовые скорости остальных мод изменяются в зависимости от изменений ν_{21} лишь в окрестностях критических частот. Увеличение ν_{21} мало влияет на зависимость коэффициента затухания $\gamma = f(\Omega)$ для системы оболочка-вязкая жидкость (рис.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Швец Р.К., Марчук Р.А. Колебания ортотропной цилиндрической оболочки типа Тимошенко, соприкасающейся со слоем жидкости // Мат. методы и физ.-мех. поля. –Киев: Наук. думка. –1975.-Вып.I.-С.135-140.
2. Гузь А.Н. Упругие волны в телах с начальными напряжениями. Т.2. Закономерности распространения.- Киев: Наук. думка, 1986.-536с.
3. Гузь А.Н. О представлении решений линеаризированных уравнений Навье-Стокса // Докл. АН СССР. –1980. –253, №4. –С.825-827.

Получено __.__.2006