

УДК 539.3:681.3

И.Г. Суворова, О.В. Кравченко

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПОТОКА
ЖИДКОСТИ МЕТОДОМ R-ФУНКЦИЙ****1 Введение**

Основные краевые задачи для стационарных уравнений Навье-Стокса связаны с исследованием течений в замкнутых полостях, каналах, со свободными поверхностями, в струях и следах за телами, с обтеканием тел. При этом интегрирование уравнений Навье-Стокса проводится в областях конечных или бесконечных, на границе которых ставятся условия из соображений физического характера - условия прилипания или скольжения по поверхности тел, вдува или отсоса на проницаемых поверхностях, условия внешнего потока вдали от обтекаемого тела, условия на свободной границе и другие. Для нестационарных задач помимо граничных условий должны задаваться начальные условия [1-3].

Для нахождения решений таких задач на помощь исследователям пришли приближенные методы. Для решения некоторых классов задач динамики вязких жидкостей и газов разработаны алгоритмы, основанные на использовании разностных методов. Например, для задачи расчета ламинарных течений вязких несжимаемых жидкостей, стационарных задач о ламинарных двумерных течениях в сужающемся и расширяющемся каналах, в прямоугольной выемке с движущейся крышкой, нестационарной задачи обтекания в канале плоской пластины, расположенной перпендикулярно к направлению потока с использованием метода установления, применением явных и неявных схем, схем типа "крест", Дюфорта-Франкеля и итерационных методов [4,5].

Вариационно-сеточные методы, и в частности метод конечных элементов, также нашли свое применение для решения уравнений динамики вязкой жидкости. Так исследовались задачи обтекания эллиптического и кругового цилиндра (в том числе вращающегося), пластины конечной толщины под углом атаки, капли, плоской ступени и т.д.

Метод R-функций – применялся для расчета ламинарного течения в каналах сложного поперечного сечения. Рассматривалось движение вязкой несжимаемой жидкости в прямоугольной выемке под воздействием крышки, в каналах с наличием препятствий, установившегося движения ньютоновской вязкопластической жидкости по цилиндрической трубе сложного сечения и др.[6-8].

2 Постановка задачи

Одним из наиболее распространенных видов пространственных течений является движение, симметричное относительно некоторой оси, называемое осесимметричным. Сюда относятся движения в соплах круглого сечения, в конфузорах и диффузорах, осевое обтекание тел вращения, дирижабельных и других форм. В пространственных движениях нельзя ввести функцию тока в общем случае, как это было сделано при изучении плоских движений. Функция тока существует только в отдельных частных случаях, одним из которых является осесимметричное движение.

Когда движение симметрично относительно оси X , вихревые линии должны быть окружностями, центры которых лежат на этой оси и плоскости которых перпендикулярны ей. Такие движения удобно рассматривать с помощью функции тока Стокса, существование которой не зависит от того, является ли движение безвихревым или нет.

Уравнение Навье-Стокса и уравнение неразрывности для осесимметричного течения в цилиндрических координатах (r, θ, z) могут быть представлены в форме [1,2]:

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} \right), \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 v_r}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial r} - \frac{v_r}{r^2} \right), \quad (2.2)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial (rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0. \quad (2.3)$$

Дифференцируя первое из уравнений по r , а второе – по z и вычитая из первого второе, исключаются члены с давлением и, используя третье уравнение, а также соотношение для проекции вихря в осесимметричном случае

$$\zeta = \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r}, \quad (2.4)$$

приходят к

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + v_r \frac{\partial \zeta}{\partial r} + v_z \frac{\partial \zeta}{\partial z} - \frac{v_r \zeta}{r} = \nu \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} - \frac{\zeta}{r^2} \right). \quad (2.5)$$

Эта форма представления уравнений Навье-Стокса обычно называется уравнением переноса завихренности. Используя характерный радиальный размер R и характерную скорость U_0 , уравнение (2.5) запишется в безразмерном виде

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + v_r \frac{\partial \zeta}{\partial r} + v_z \frac{\partial \zeta}{\partial z} - \frac{v_r \zeta}{r} = \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \zeta}{\partial r} - \frac{\zeta}{r^2} \right), \quad (2.6)$$

где $\text{Re} = \frac{U_0 R}{\nu}$ — число Рейнольдса.

Введя функцию тока

$$v_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, v_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad (2.7)$$

и для упрощения выкладок предположив, что движение установившееся, получится уравнение, выражающее завихренность через производные функции тока

$$\zeta = -\frac{1}{r} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right). \quad (2.8)$$

После подстановки выражения для завихренности (2.8) в уравнение (2.6) переноса завихренности, получается единственное уравнение для определения функции тока. Оно называется бигармоническим уравнением и может быть записано в форме

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \right\} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial r} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \\ & + \frac{1}{r^3} \frac{\partial \psi}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \\ & - \frac{1}{\text{Re}} \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} \left\{ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \right\} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \right\} - \frac{1}{r^3} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) \right) = 0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

При применении формулировки $\zeta - \psi$ сходимость приближенного решения достигается быстрее, чем для примитивной формулировки, включающей рассмотрение давления.

После построения решения для функции тока давление может быть определено из уравнения Пуассона [5], правая часть которого выражается через производные функции тока

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{2}{r^2} \left[\frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) - \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} \right)^2 + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z \partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z \partial r} \right) \right] \quad (2.10)$$

Рассмотрим граничные условия для функции тока на примере осесимметричного течения в канале сложного профиля (рис.2.1).

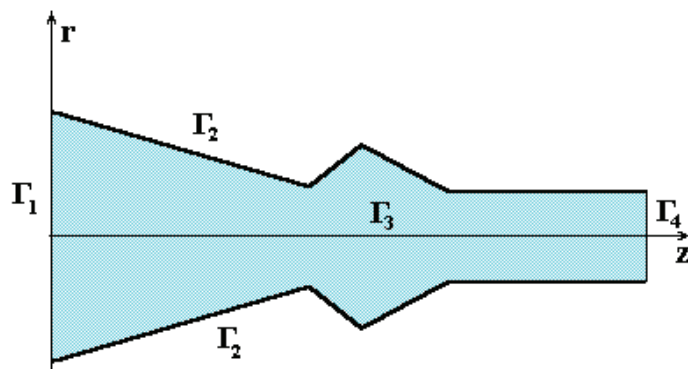


Рисунок 2.1 – Пример осесимметричного канала

Граничные условия формулируются как условие прилипания частиц жидкости к твердой стенке. Это означает отсутствие как нормальной к твердой поверхности относительной скорости между частицами жидкости и близлежащими точками поверхности ($v_n = 0$), так и касательных составляющих относительной скорости ($v_\tau = 0$), т.е. отсутствие скорости скольжения жидкости по поверхности. На входе в канал известно $v_z = v_1(r); v_r = 0$, а на выходе имеем в общем

случае $\int_0^c v_1(r) r dr = \int_0^b v_2(r) r dr$, что следует из равенства расхода

жидкости через входное и выходное сечение канала.

На входе Γ_1

$$\psi|_{\Gamma_1} = \frac{Ar^4}{4} + \frac{Br^2}{2}, \quad (2.11)$$

где A, B — постоянные, значения которых зависят от желаемого типа профиля втекающего потока (параболический или однородный) и от радиуса трубы [4].

Выражение (2.11) получено из интегрирования уравнения связывающего v_z с функцией тока ψ .

Твердая граница

$$\psi|_{\Gamma_2} = const. \quad (2.12)$$

На твердой границе и радиальная, и осевая составляющие скорости равны нулю вследствие принятия условия отсутствия скольжения, характерного для вязкой жидкости.

$$v_r|_{\Gamma_2} = v_z|_{\Gamma_2} = 0.$$

Осевая линия Γ_3 . Из этого следует предположение нулевой завихренности и нулевой радиальной скорости на осевой линии. Значение функции тока на осевой линии произвольно; поэтому можно предположить, что

$$\psi|_{\Gamma_3} = 0. \quad (2.13)$$

Граница вниз по потоку. ψ находится по линейной экстраполяции в осевом направлении либо из равенства расхода жидкости. В случае численной реализации методом R-функций можно это условие не задавать, а принять его как естественное.

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = 0 \text{ на всей границе области.} \quad (2.14)$$

Граничные условия для давления

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \frac{1}{Re} \frac{\partial \zeta}{\partial z}, \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -\frac{1}{Re} \frac{\partial \zeta}{\partial r} - \frac{1}{Re} \frac{\zeta}{r}. \quad (2.16)$$

В качестве начальных условий выбираются $U_0=W$ либо решения, полученные при меньшем числе Рейнольдса [9].

3 Метод решения

Искомые функции тока и вихря зависят от числа Рейнольдса (Re), характеризующего отношение сил инерции к силам вязкости и определяющего интенсивность вынужденной конвекции. При решении уравнения (2.9) возникают трудности, связанные с наличием малого параметра при старшей производной ($1/Re$) и нелинейностью исходного оператора задачи. Наличие малого параметра при старшей производной приводит к большим кривизнам (резкому перепаду градиентов) решения, что соответствует появлению у стенок областей при больших Re пограничного слоя, толщина которого пропорциональна $1/\sqrt{Re}$. Нелинейность оператора, типичная для систем гидродинамического типа, обусловлена в случае несжимаемой жидкости инерционными составляющими в уравнениях количества

движения. Все это приводит при $Re \gg 1$ к образованию весьма сложных течений и в ряде случаев явление вычислительной неустойчивости трудно отличить от возможного сложного поведения решения. В большинстве случаев для каждого типа течения в некотором диапазоне чисел Re существует единственное устойчивое стационарное решение уравнения Навье-Стокса, для получения которого можно использовать либо стационарные уравнения, либо нестационарные при $t \rightarrow \infty$ (метод установления). При увеличении числа Re стационарное решение перестает быть единственным и начинает зависеть от начальных данных.

Метод R-функций (RFM) позволяет решать такой класс задач.

Решение уравнения (2.9) представим в виде

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_0,$$

$$\text{где } \Psi_0 = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{\psi_i}{w_i^2}}{\sum_{i=1}^N \frac{1}{w_i^2}};$$

w_i – участки границы области, которые заданы при помощи R-функций.

ψ_0 и ψ_1 соответственно однородная и неоднородная части структуры.

ψ_0 обеспечивает продолжение граничных условий внутрь области и получено с помощью формулы "склейки" [6].

ψ_1 – неопределённая компонента, имеющая вид

$$\Psi_1 = \sum_{i=1}^N C_i \Phi_i,$$

где C_i – константы, которые необходимо определить;

Φ_i – специальные функции, классические полиномы или полиномы с локальными носителями.

Уравнение (2.9) в терминах ψ_1 и ψ_0 будет иметь вид

$$\frac{1}{Re} \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial^4 \psi_1}{\partial r^4} - \frac{2}{r} \frac{\partial^4 \psi_1}{\partial z^2 \partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial^4 \psi_1}{\partial z^4} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial r^3} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial z^2 \partial r} - \frac{3}{r^3} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial r^2} + \frac{3}{r^4} \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \right) -$$

$$-\frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi_1}{\partial z} \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial z^2 \partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi_1}{\partial z} \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial r^3} + \frac{2}{r^3} \frac{\partial \psi_1}{\partial z} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2} + \frac{3}{r^3} \frac{\partial \psi_1}{\partial z} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial r^2} -$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{3}{r^4} \frac{\partial \psi_1}{\partial z} \frac{\partial \psi_1}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial z^3} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial r^2 \partial z} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial r \partial z} - \\
 & -\frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial z} \frac{\partial^3 \psi_0}{\partial z^2 \partial r} + \frac{\partial \psi_0}{\partial z} \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial z^2 \partial r} \right) - \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial z} \frac{\partial^3 \psi_0}{\partial r^3} + \frac{\partial \psi_0}{\partial z} \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial r^3} \right) + \\
 & + \frac{2}{r^3} \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial z} \frac{\partial^2 \psi_0}{\partial z^2} + \frac{\partial \psi_0}{\partial z} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial z^2} \right) + \frac{3}{r^3} \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial z} \frac{\partial^2 \psi_0}{\partial r^2} + \frac{\partial \psi_0}{\partial z} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial r^2} \right) - \\
 & -\frac{3}{r^4} \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial z} \frac{\partial \psi_0}{\partial r} + \frac{\partial \psi_0}{\partial z} \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial r} \frac{\partial^3 \psi_0}{\partial z^3} + \frac{\partial \psi_0}{\partial r} \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial z^3} \right) + \\
 & + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial r} \frac{\partial^3 \psi_0}{\partial r^2 \partial z} + \frac{\partial \psi_0}{\partial r} \frac{\partial^3 \psi_1}{\partial r^2 \partial z} \right) - \frac{1}{r^3} \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial r} \frac{\partial^2 \psi_0}{\partial r \partial z} + \frac{\partial \psi_0}{\partial r} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial r \partial z} \right) = \\
 & = -\frac{1}{\text{Re}} \left(-\frac{1}{r} \frac{\partial^4 \psi_0}{\partial r^4} - \frac{2}{r} \frac{\partial^4 \psi_0}{\partial z^2 \partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial^4 \psi_0}{\partial z^4} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial^3 \psi_0}{\partial r^3} + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{2}{r^2} \frac{\partial^3 \psi_0}{\partial z^2 \partial r} - \frac{3}{r^3} \frac{\partial^2 \psi_0}{\partial r^2} + \frac{3}{r^4} \frac{\partial \psi_0}{\partial r} \right) + \\
 & + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi_0}{\partial z} \frac{\partial^3 \psi_0}{\partial z^2 \partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi_0}{\partial z} \frac{\partial^3 \psi_0}{\partial r^3} - \frac{2}{r^3} \frac{\partial \psi_0}{\partial z} \frac{\partial^2 \psi_0}{\partial z^2} - \frac{3}{r^3} \frac{\partial \psi_0}{\partial z} \frac{\partial^2 \psi_0}{\partial r^2} + \\
 & + \frac{3}{r^4} \frac{\partial \psi_0}{\partial z} \frac{\partial \psi_0}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi_0}{\partial r} \frac{\partial^3 \psi_0}{\partial z^3} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi_0}{\partial r} \frac{\partial^3 \psi_0}{\partial r^2 \partial z} + \frac{1}{r^3} \frac{\partial \psi_1}{\partial r} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial r \partial z}. \quad (3.1)
 \end{aligned}$$

В качестве начального приближения использовалось как $\psi_{10}=0$ ($C_i=0; i=0, \dots, N$) так и $\psi_{10}=\omega^2$ ($C_0=1, C_i=0; i=1, \dots, N$). Кроме того, оказалось, что с ростом числа Re наиболее эффективным является использование в качестве начального приближения значение функции тока, полученного при другом, меньшем значении числа Re .

4 Компьютерная реализация

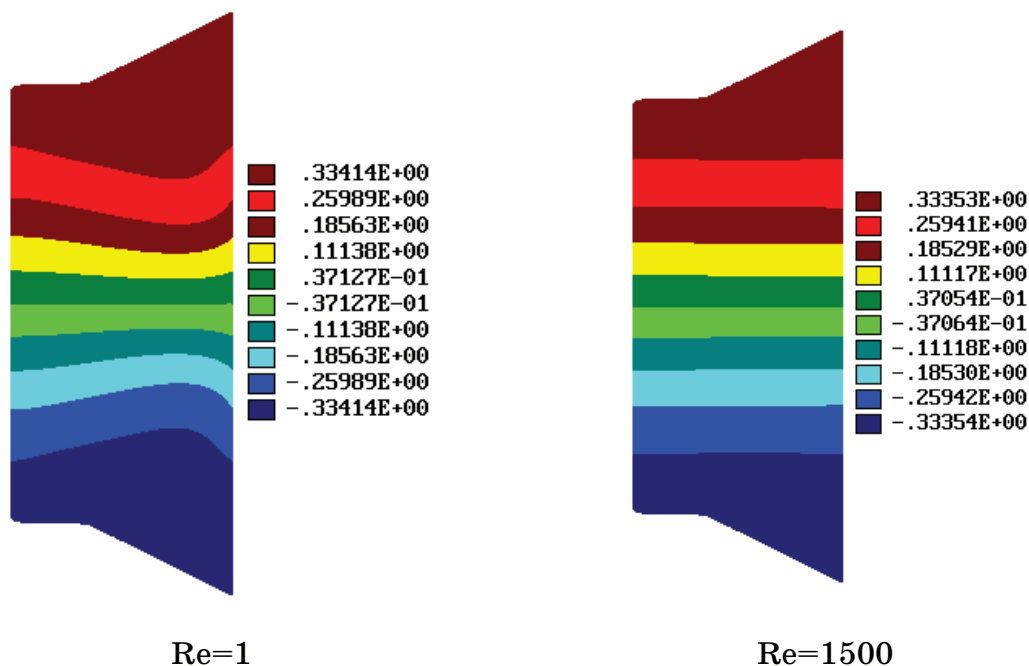
Поставленные задачи решаются методом R-функций в условиях эксплуатации системы ПОЛЕ, разработанной в отделе прикладной математики и вычислительных методов Института проблем машиностроения НАН Украины [6,9].

Ставилась также задача выявить методом R-функций кавитационные зоны течений. В текущей жидкости в точках наибольшей скорости, где давления наименьшие, возникают кавитационные полости (каверны), которые затем, попадая в области потока с низкими скоростями и высокими давлениями,

схлопываются и разрушаются. Таким образом, происходит непрерывный процесс образования и схлопывания пузырьков, в результате чего увеличиваются размеры каверны, которая наблюдателю представляется стационарной. Кавитация может возникать под действием звуковых волн. Ультразвуковая кавитация широко применяется в некоторых производственных процессах, например для ускорения химических реакций, очистки, дегазации жидкости, эмульгирования. Во всех этих случаях воздействие ультразвуковой кавитации обусловлено в основном одним или двумя эффектами, создаваемые ею. Резонирующие пузырьки действуют как смеситель, увеличивая площадь контакта между двумя жидкостями или между жидкостью и ограничивающей её поверхностью. Этим путём осуществляются процессы очистки и эмульгирования трудно смешиваемых жидкостей. Ультразвуковая кавитация находит широкое применение для возбуждения химических реакций, которые в противном случае не идут, особенно это относится к реакциям, протекающим в водной среде [10-13].

Ниже приводятся иллюстрации решений, эквипотенциали функций тока, задач течения вязкой несжимаемой жидкости в плоском и осесимметричном каналах.

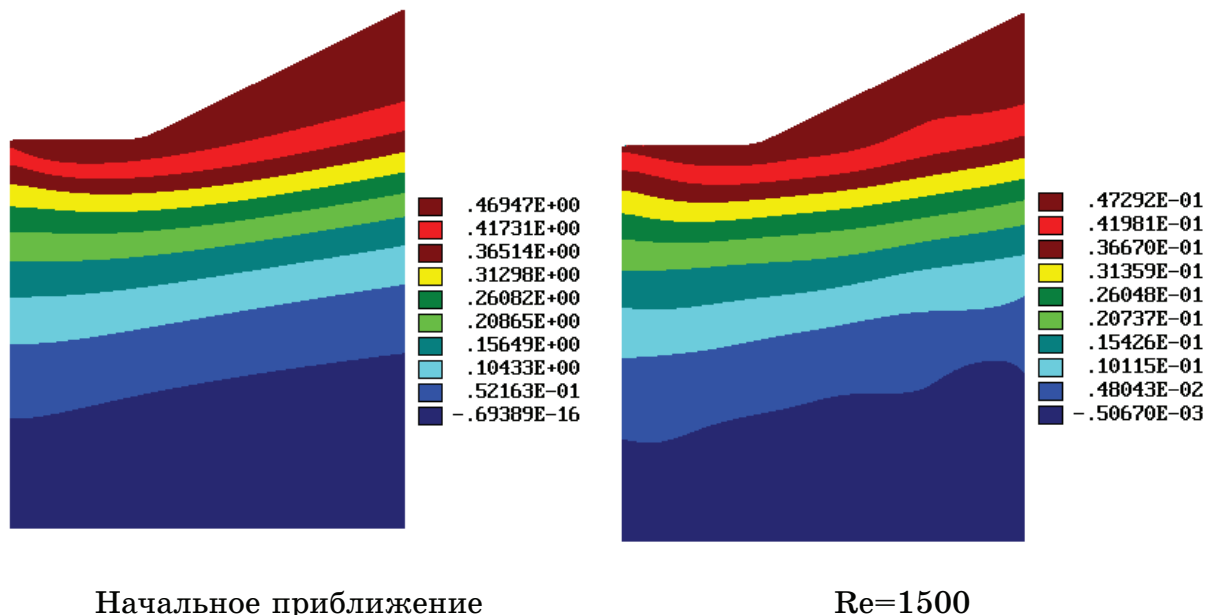
Плоский канал



Авторами получены формы каналов, которые создают кавитационные эффекты, на основе этих исследований созданы

форсунки, обеспечивающие эффективное смешение на молекулярном уровне различных жидких компонентов. Типовые формы, на которых исследовался предлагаемый способ и получены основные геометрические параметры камеры смешения, представлены на рис.4.1. Здесь r_{bx} - это критический диаметр конфузора, а r_c - критический диаметр диффузора. Численный эксперимент подтвердил тот факт, что критический диаметр конфузора r_{bx} должен быть меньше критического диаметра диффузора r_c . Даже при равенстве критических диаметров численный эксперимент показал, что камера смешения практически застойная. Канал, с изображённой геометрией рис.4.1, для случая, когда $r_{bx} < r_c$ и камера смешения тор, обеспечивает высокую активность течения основного компонента и падение давления в камере, что приводит к эжектируемому и кавитационному эффектам. Это показано на графиках, представленных на рис.4.2 и рис.4.3, где Ψ – функция тока, P – давление.

Осесимметричная задача



Проведены исследования критических частот колебаний основного и высших типов волн. Численные эксперименты показали, что уменьшение глубины погружения тора в канал приводит к появлению кратных корней, т.е. резонансным явлениям, даже на основном типе волн, уменьшение глубины погружения вызывает

кратность (резонанс) и четырёх последующих корней. Для подавления активных шумовых эффектов, глубину погружения камеры необходимо выполнять как минимум до оси симметрии. Отмечается отсутствие существенного влияния увеличения диаметра камеры при фиксированном диаметре канала на величину собственных значений, т.е. нет необходимости увеличивать диаметр входного и соответственно выходного сопла при фиксированном диаметре камеры.

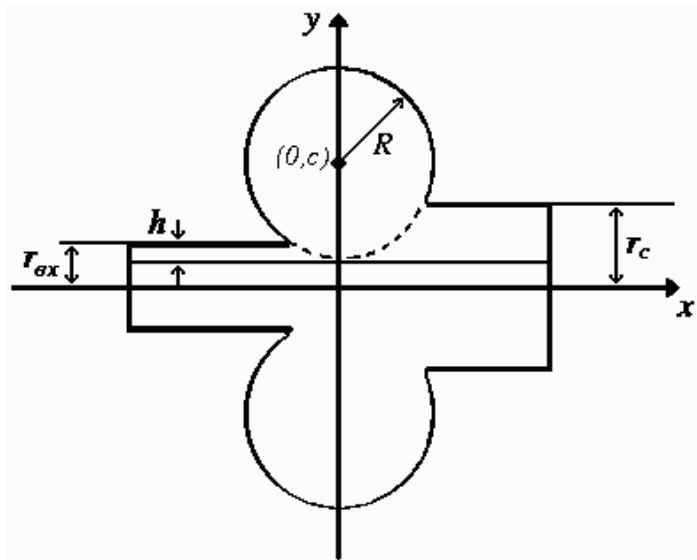


Рисунок 4.1 – Типовые формы каналов

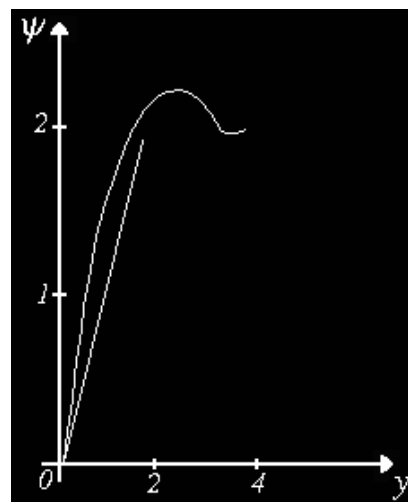
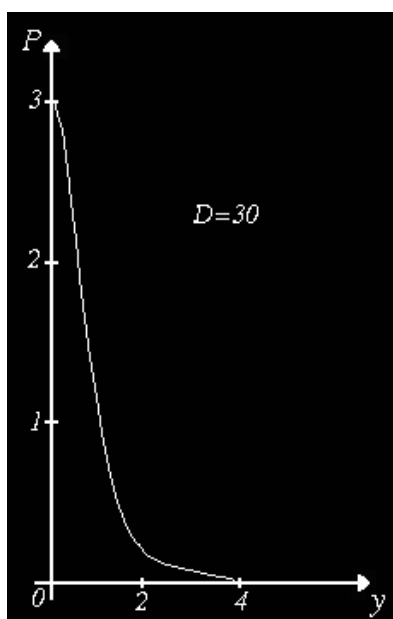
Рисунок 4.2 – График функции тока ψ в камере смешения

Рисунок 4.3 – График давления внутри камеры смешения

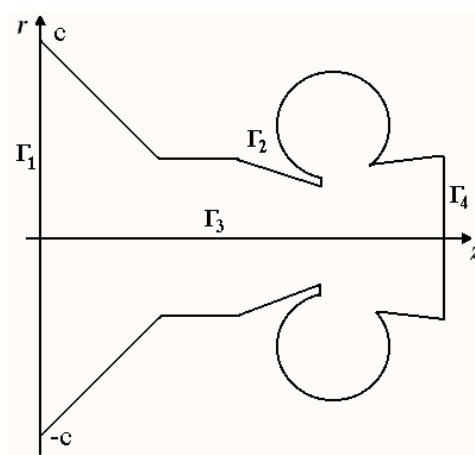


Рисунок 4.4 – Разрез реальной форсунки вдоль оси симметрии

Математическая формулировка задачи сводится к решению уравнения (2.1) со следующими краевыми условиями:

– Γ_1 – вход в канал

$$\psi|_{\Gamma_1} = -\frac{r^4}{2c^2} + \frac{r^2}{2};$$

– Γ_2 – твердая граница, которая описана R-функциями

$$\psi|_{\Gamma_2} = const;$$

– Γ_3 – ось симметрии

$$\psi|_{\Gamma_3} = 0;$$

– Γ_4 – выход из канала. Здесь условие не задаем, считаем его естественным.

На рис.4.5 представлена картина линий уровня функций тока ψ при $Re=1$

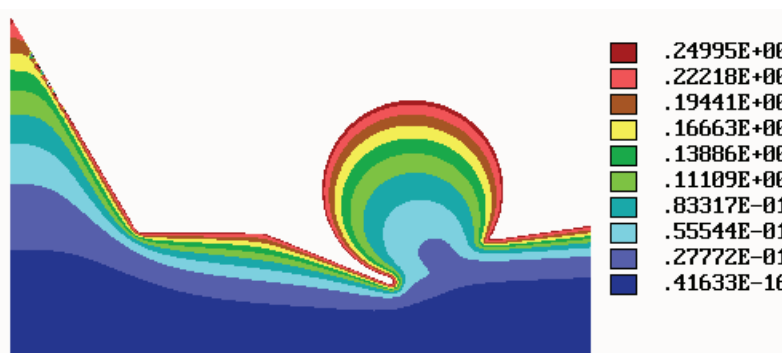


Рисунок 4.5 – Линии уровня функции тока

5 Выводы

Компьютерная модель течения вязкой несжимаемой жидкости, построенная методом R-функций (RFM), позволила в рамках системы ПОЛЕ провести численные исследования в реальных каналах со сложным профилем, получить качественные картины течений, что дает возможность судить о влиянии чисел Рейнольдса (Re) и ширины каналов на гидродинамические характеристики, показать, что в данной конструкции имеется эффект кавитации, который подтверждён реальными экспериментами.

Поскольку функция тока ψ (решение) имеет аналитический вид, то легко найти профили скоростей, распределение давлений и установить длину гидродинамической стабилизации.

Компьютерная реализация позволяет рассчитывать и конструировать универсальные камеры смешения для различных

компонентов потока (газообразных, водяных, порошковых и т.д.) для различных отраслей промышленности [15,16].

ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1970. – 456с.
2. Кочин Н.Е. Теоретическая гидромеханика / Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. — М.: ОГИЗ, 1948. – 432с.
3. Милн-Томсон Л.М. Теоретическая гидродинамика. – М.: Мир, 1967.– .287с.
4. Пирсол И. Кавитация. – М.: Мир, 1975. – 95с.
5. Гогиш Л.В. Отрывные и кавитационные течения: основные свойства и расчётные модели /Гогиш Л.В., Степанов Г.Ю. – М.: Наука, 1990. – 384 с.
6. Врагов А.П. Гідромеханічні процеси та обладнання хімічних та нафтопереробних виробництв: Навчальний посібник. – Суми: Видавництво Сумського державного університету, 2001. – 216 с.
7. Кнэпп Р. Кавитация /Кнэпп Р., Дейли Дж., Хэммит Ф. – М.: Мир, 1974. – 687с.
8. Ефремов І.І. Лінеарізована теорія кавітаційного обтікання. – К.: Наук. думка, 1974. – 156с.
9. Численные методы в динамике жидкостей (материалы кармановских чтений) / Под ред. О.М. Белоцерковского и В.П.Шидловского. — М.: Мир, 1981. – 320с.
10. Oberkampf W.L. Domain Mappings for the Numerical Solution of Partial Differential Equations//Int. J. Numer Methods Eng. – 1976. – 10. – P.211-223.
11. Рвачев В.Л. Теория R-функций и некоторые ее приложения. – Киев: Наук. думка, 1982. –552 с.
12. Рвачев В.Л. Численная реализация задачи о течении вязкой жидкости методом R-функций в системе ПОЛЕ-3 /Рвачёв В.Л., Суворова И.Г., Шейко Т.И. // Мат. методы и физ.-мех. поля.– Львов, 1991.–№ 33. – С.95-99.
13. Суворова И.Г. Компьютерное моделирование осесимметричных течений жидкости в каналах сложной формы //Вестник НТУ ХПИ. – Харьков, 2004. – № 31. – С.141–148.
14. Суворова И.Г. Автоматизация расчетов методом R-функций применительно к задачам стройиндустрии: Учеб.пособие /Суворова И.Г., Шевченко А.Н. – Киев: Учеб.–метод. Каб. Высш. Образования, 1991.– 60с.
15. Патент №2083247 РФ, МКИ³ С1 6А62С31/02.Устройство для распыления жидкости /Глотов Е.А., Суворова И.Г.; Харьковский государственный технический университет строительства и архитектуры (Украина). – № 94003528/12; Заяв. 01.02.1994; Опубл. 10.07.1997, Бюл.№19 //Открытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки.– 1997. – №19. – С.27.
16. Суворова И.Г. Расчёт параметров распылительного устройства для конструирования газо-водяных огнетушителей /Суворова И.Г., Глотов

Е.А., Чеповский В.О. //Науковий вісник УкрНДІПБ. – К., 2004. – №1(9).– С.94–100.

17. Суворова И.Г. Компьютерное моделирование в струйной технике /Суворова И.Г., Линчевский Е.А., Максименко-Шейко К.В., Суворов Н.Н.//Вестник ХГПУ. - Харьков, 2000. - №124. - С.8-10.

Получено __.__. 2006 г.