

**ГРАФИЧЕСКОЕ ИЗОБРАЖЕНИЕ ПРИВЕДЕННОГО  
РАДИУСА КРИВИЗНЫ В ЗАЦЕПЛЕНИИ ЗУБЧАТЫХ  
ПЕРЕДАЧ**

**Постановка проблемы.** Значение приведенного радиуса кривизны в зацеплении зубчатых передач является наиболее важным параметром, определяющим величину контактных напряжений. Графическое представление приведенного радиуса дает наглядное изображение для сравнительного анализа различных зацеплений. В литературе по теории зацеплений этот вопрос не рассматривается.

Таким образом, цель работы – графическое изображение приведенного радиуса кривизны в зацеплении. Контакт в полюсе передачи является наиболее важным вопросом, поэтому все **исследования** проведем для контакта в полюсе передачи. Для графического изображения приведенного радиуса кривизны необходимо получить аналитические выражения, поэтому рассмотрим построение Бобилье для разных систем зацепления.

На рис.1 выполнено построение Бобилье для эвольвентного зацепления с углом зацепления  $\alpha$  и передаточным отношением  $u$  и для эволютного зацепления [1-4] с теми же параметрами. Поэтому величина коэффициента разновидности определяется проведением луча WD из полюса зацепления под углом  $\alpha$  к межосевой линии.

Радиусы кривизн в эвольвентном зацеплении для контакта в полюсе передачи равны:

$$\begin{aligned} C_1 W &= ur \sin \alpha, \\ C_2 W &= r \sin \alpha, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $r$  – радиус делительной окружности шестерни  $WO_1 = r$ . Следовательно, приведенный радиус кривизны эвольвентного зацепления в полюсе передачи

$$\rho_{np} = \frac{ur \sin \alpha}{u + 1}, \quad (2)$$

© А.Ф.Кириченко, А.И. Павлов, В.В.Немцев, 2006

что отражается отрезком WM, построенным следующим образом. На луче C<sub>2</sub>O<sub>1</sub> откладывается отрезок C<sub>2</sub>G=C<sub>2</sub>W, затем C<sub>1</sub> соединяется с точкой G, и точка M пересечения C<sub>1</sub>G с WD определяет приведенный радиус WM. Доказать это просто, если рассмотреть подобные треугольники C<sub>2</sub>GC<sub>1</sub> и WMC<sub>1</sub>:

$$\frac{WM}{C_2G} = \frac{C_1W}{C_1C_2} \quad (3)$$

Для построения приведенного радиуса кривизны эвольвентного зацепления необходимо из мгновенного центра D провести линию DF|| C<sub>1</sub>C<sub>2</sub> до пересечения с межосевой линией O<sub>1</sub>O<sub>2</sub>. Доказательство этого факта: приведенный радиус кривизны эвольвентного зацепления при выпукло-вогнутом контакте определяется по формуле

$$\rho_{np} = \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1 - \rho_2}, \quad (4)$$

где

$$\rho_1 = C_1W; \quad (5)$$

$$\rho_3 = \frac{urk \sin \alpha}{ur \sin \alpha \cos \alpha + k}. \quad (6)$$

Формула (6) получена из рассмотрения подобных треугольников O<sub>2</sub>WC<sub>3</sub> и O<sub>2</sub>FD, для которых записана пропорция

$$\frac{O_2W}{O_2W+WF} = \frac{WC_3}{FD}. \quad (7)$$

Величины сторон треугольников определяются из формул:

$$O_2W = ur; \quad (8)$$

$$WF = kctg \alpha + ktg \alpha = k/\sin \alpha \cos \alpha; \quad (9)$$

$$WC_3 = \rho_3; \quad (10)$$

$$FD = k/\cos \alpha. \quad (11)$$

После подстановки в (4) значений радиусов кривизны (2) и (10), получим, что

$$\rho_{np} = \frac{k}{\cos \alpha}, \quad (13)$$

следовательно,  $FD = \rho_{\text{пр}}$ . Случай по отношению к эволютному зацеплению, рассмотренный выше, является частным. В общем случае приведенный радиус кривизны в зацеплении будет отрезок на линии общей нормали в точке контакта (рис.2), построенный следующим образом. Из центра вращения  $O_1$  проводим луч параллельно линии общей нормали  $C_1C_2$  до пересечения с лучом  $WD$ . Далее соединяем точку  $D$  с центром  $O_2$ . Точка пересечения  $C_3$  дает отрезок  $C_3W$ , который и является величиной приведенного радиуса кривизны в зацеплении.

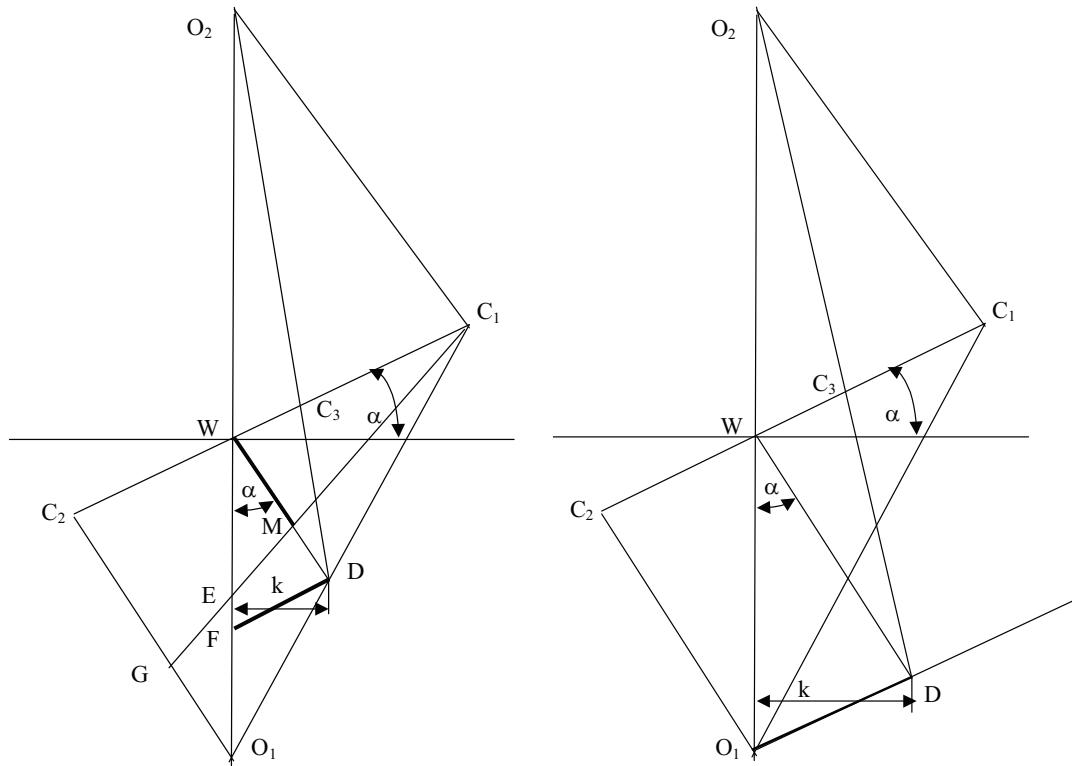


Рисунок 1. Построение Бобилье для частных случаев

Рисунок 2. Построение Бобилье для эвольвентного зацепления

Анализируя полученные выражения для приведенных радиусов кривизны в полюсе передачи отметим, что для эвольвентного зацепления  $\rho_{\text{пр}}$  зависит от параметров передачи: передаточного отношения  $i$ , радиуса делительной окружности  $r$  и угла зацепления. Не зависит  $\rho_{\text{пр}}$  от значения коэффициента разновидности  $k$ . Для эволютного зацепления также приведенный радиус кривизны не зависит от значения коэффициента разновидности. Предельное значение коэффициента разновидности  $k = 0,5r \sin 2\alpha$ , а приведенного радиуса кривизны  $\rho_{\text{пр}} = rs \sin \alpha$ .

В общем случае построение приведенного радиуса кривизны в зубчатом зацеплении можно выполнить следующим образом. Пусть имеется нормаль в зацеплении с центрами кривизны  $C_1$  и  $C_2$  и точкой контакта  $K$  (рис.3). Центры кривизны в данном случае расположены по разные стороны от точки контакта. Это свидетельствует о контактировании двух выпуклых поверхностей. Из точки  $C_2$  проводим луч под произвольным углом и откладываем на нем величину от точки  $K$

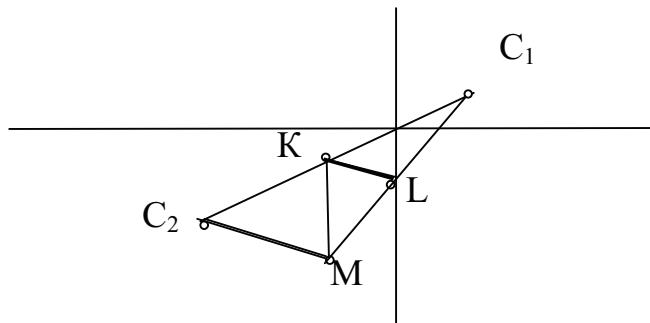


Рисунок 3. Приведенный радиус кривизны в зацеплении с двояковыпуклым контактом

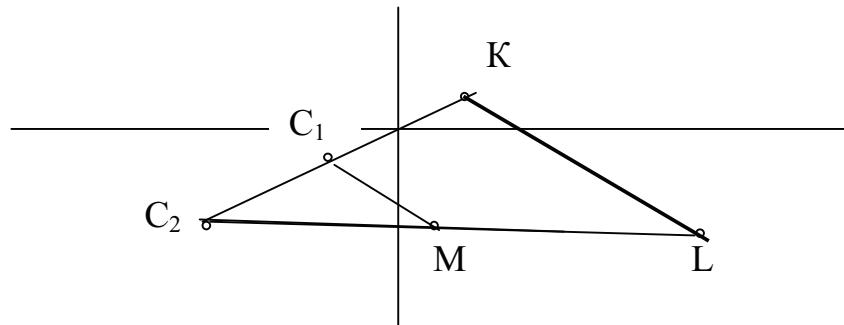
$C_2M = C_2K$ . Соединяя точку  $M$  со вторым центром  $C_1$ , а из точки контакта проводим луч  $KL$  параллельно  $C_2M$  до пересечения с  $C_1M$ . Точка пересечения  $L$  дает отрезок  $KL$ , равный приведенному радиусу кривизны.

В случае выпукло-вогнутого контакта (рис.4) аналогично из точки  $C_2$  проводим луч под произвольным углом и откладываем от точки  $C_1$  на нем величину  $C_1M = C_1K$ . Из точки  $K$  проводим  $KL$  параллельно  $C_1M$  до пересечения с продолжением  $C_2M$ . Точка пересечения  $L$  дает отрезок  $KL$ , равный приведенному радиусу кривизны.

Доказательство справедливости построений видна из формулы, записанной на основании подобия треугольников:

$$\frac{\rho_{np}}{\rho_1} = \frac{\rho_2}{\Sigma\rho} \quad ,$$

полученной на основании определения приведенного радиуса  $\rho_{np}$  (4). Под значением  $\Sigma\rho$  надо понимать сумму абсолютных значений радиусов кривизн контактирующих поверхностей, при этом в случае выпукло-вогнутого контакта эта сумма приобретает вид разности.



Из приведенных рисунков видно, насколько больше величина приведенного радиуса кривизны в случае выпукло-вогнутого контакта, а также влияние полюсного расстояния на его величину.

### **Выводы.**

1. Графическое определение значения приведенного радиуса кривизны позволяет анализировать его изменение от вида контакта и параметров передачи.

2. В полюсе передачи любого вида зацепления приведенный радиус кривизны зависит от угла зацепления, числа зубьев передачи и передаточного отношения и не зависит от коэффициента разновидности.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Павлов А. И. Особенности построения зацеплений с выпукло-вогнутым контактом // Вестник Харьковского гос. политехн. ун-та.- 1999, вып. 50.-С. 135-141.

2. Павлов А.И. Зацепления с выпукло-вогнутым контактом для силовых зубчатых передач // Вестник ХГПУ. - Харьков. - 2000, вып. 68.-С. 49-53.

3. Кириченко А.Ф., Матюшенко Н.В., Павлов А.И. Аналитическое описание эволютного зацепления. // Вестник Харьковского национального технического университета “ХПИ”. - Вып.9, т. 2.- Харьков.-2003.-С.23-26.

4. Кириченко А.Ф., Павлов А.І. Подальший розвиток теорії зачеплень для побудови силових зубчастих передач // "Машинознавство", Львів, N10, 2003.- С.34-36.

Получено 17.03.2006 г.