

- гиональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 2 (10) - Днепропетровск. 2000. с. 104-112.
6. Михалев А.И., Дервянко А.И., Помулев В.В. Применение методов фрактальной геометрии для анализа металлоструктур // Вестник ХГТУ. - 2001. № 3(12). - с. 178-180.
 7. Встовский В.Г., Колмаков А.Г., Бунин И.Ж. Введение в мультифрактальную параметризацию структур материалов. - Москва-Ижевск: РХД, 2001. - 116 с.
 8. Салтыков С. А. Стереометрическая металлография, М.: Металлургия-1970.
 9. Wu J. Introduction to Percolation Theory // <http://socrates.berkeley.edu/~jqwu/>
 10. Saar M.O., Manga M. Continuum percolation for randomly oriented soft-core prisms // PHYSICAL REVIEW E.-2002.-Vol.65.
 11. Eda Z.N., Florian R., Brechet Y. Continuum percolation of isotropically oriented sticks in 3D revisited // Physical Review E 59.-1999.-pp. 3717-3720.
 12. Nir Yefet 3D Visualization of percolation clusters // <http://phycomp.technion.ac.il/~comphy/nir.-1998>.

Получено 16.03.2006 г.

УДК 515.1

Д.Ф.Кучкарова

СТРУКТУРНЫЕ МОДЕЛИ ТОПОГРАФИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ НА РЕГУЛЯРНОЙ СЕТИ ИСХОДНЫХ ДАнных

Постановка проблемы. При решении многих прикладных задач возникает необходимость построения модели рельефа на заданной сети (регулярной, нерегулярной) исходных данных. Степень соответствия между построенной моделью и реальной поверхностью зависит от точности определения структурных линий рельефа, наиболее полно отражающих геоморфологию моделируемой поверхности. Структурные модели рельефа, известные также под названием полиэдральных, предполагают представление поверхности в виде системы многогранников, ребрами которых являются линии, соединяющие экстремальные точки на смежных горизонталях и структурных линиях рельефа.

© Д.Ф.Кучкарова, 2006

Традиционный подход основан на поиске подходящей поверхности, которую можно «натянуть» на заданный каркас точек с последующим определением ее особенностей и структурных линий. Однако при таком подходе зачастую происходит потеря первоначальной информации о поверхности. Разработка способов построения модели рельефа с максимальным сохранением первоначальной информации о поверхности – одна из актуальных прикладных задач.

Анализ последних исследований и публикаций. Разработаны различные способы дифференциации участков рельефа на основе построения прямоугольных матриц значений высот, либо матриц относительных их превышений – путем дифференцирования матрицы значений высот, визуализации последней, различного рода классификации матриц относительных превышений высот (по критериям Пирсона, Колмогорова – Смирнова и т.д.) [1,2,3]. Все они используют традиционный подход. Нерегулярные поверхности, к которым относятся и топографические, обладают рядом свойств, которые не учитываются при традиционном моделировании.

Цель статьи. На основе классификации типа точек топографической поверхности (ТП) рассмотреть способ идентификации структурных линий и особенностей поверхности.

Основная часть. Классификация типа точек и линий топографической поверхности рассмотрена в [4,5]. Пусть задана матрица высот некоторого участка рельефа:

$$z = \begin{bmatrix} z_{11} z_{12} \dots z_{1n} \\ z_{21} z_{22} \dots z_{2n} \\ \dots \dots \dots \dots \dots \\ z_{m1} z_{m2} \dots z_{mn} \end{bmatrix} \quad (1)$$

где z_{ij} - значения высот исходных точек инцидентных некоторой ячейке. Для каждого элемента матрицы z_{ij} (неизменными остаются крайние правый и левый столбцы, верхняя и нижняя строки - граница области) вычисляются вторые частные и смешанная производные

$$\left[\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right]_{ij} = \frac{z_{i+1,j} - 2z_{i,j} + z_{i-1,j}}{\Delta x_1 \Delta x_2}; \left[\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right]_{ij} = \frac{z_{i,j+1} - 2z_{i,j} + z_{i,j-1}}{\Delta y_1 \Delta y_2}; \quad (2)$$

$$\left[\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right]_{ij} = \frac{z_{i+1,j+1} - z_{i+1,j-1} - z_{i-1,j+1} + z_{i-1,j-1}}{4(\Delta x_1 + \Delta x_2)(\Delta y_1 + \Delta y_2)};$$

Определяются гессиан A и квадратичная форма (Ax, y)

$$A = \begin{vmatrix} \left[\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right]_{ij} & \left[\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right]_{ij} \\ \left[\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right]_{ij} & \left[\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right]_{ij} \end{vmatrix}$$

характер которых выявляет тип исследуемой вершины.

Возможны следующие случаи:

$$A = \begin{vmatrix} - \left[\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right]_{ij} & 0 \\ 0 & - \left[\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right]_{ij} \end{vmatrix} \neq 0 \quad (Ax, y) = -\lambda'x^2 - \lambda''y^2 \quad (3)$$

Вершина z_{ij} является невырожденной критической точкой - вершиной типа α_1 (рис .1) первого порядка:

$$A = \begin{vmatrix} + \left[\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right]_{ij} & 0 \\ 0 & + \left[\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right]_{ij} \end{vmatrix} \neq 0 \quad (Ax, y) = \lambda'x^2 + \lambda''y^2 \quad (4)$$

Вершина z_{ij} является невырожденной критической точкой типа α_2 (рис.2) первого порядка;

$$A = \begin{vmatrix} + \left[\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right]_{ij} & 0 \\ 0 & - \left[\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right]_{ij} \end{vmatrix} \neq 0 \quad (Ax, y) = \lambda'x^2 - \lambda''y^2 \quad (5)$$

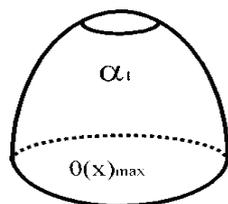


Рис.1

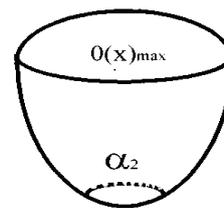


Рис.2

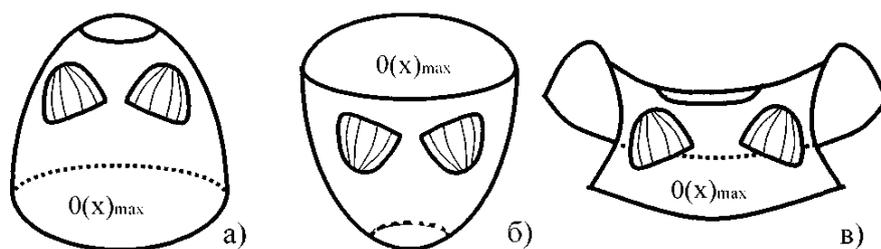
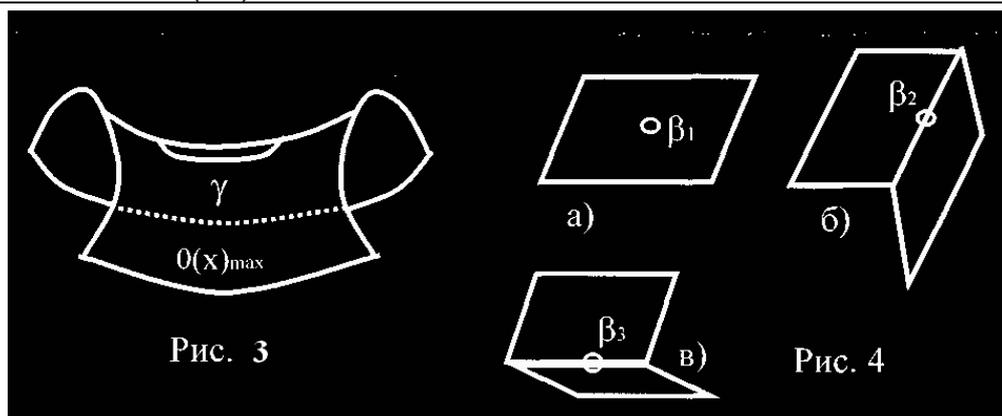


Рис. 5

Вершина z_{ij} является невырожденной критической точкой - вершиной типа γ (рис.3) первого порядка.

$$A = \begin{vmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad (Ax, y) = 0 \quad (6)$$

Вершина z_{ij} является вырожденной критической точкой — вершиной типа $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ (рис.4)

$$A = \begin{vmatrix} \pm \left[\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right]_{ij} & \pm \left[\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right]_{ij} \\ \pm \left[\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right]_{ij} & \pm \left[\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right]_{ij} \end{vmatrix} \neq 0, (Ax, y) = \pm \lambda' x^2 \pm \lambda'' y^2 \pm \lambda''' yx \quad (7)$$

Вершина z_{ij} является некритической точкой типа $\alpha_1, \alpha_2, \gamma$ - с комплексом точек второго порядка, включённых в максимальную окрестность вершины z_{ij} (рис.5). В реальных условиях работы с вещественными переменными на ЭВМ малые значения производных $\left[\frac{\partial^2 z}{\partial x_i \partial y_i} \right]_{i=1,2, j=1,2}$ близкие к нулю идентифицируются как нули.

В результате вычислений матрица (1) преобразуется в матрицу:

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \dots z_{1n} \\ z_{21} & \alpha_i(w_i^{j\pm}) & \dots z_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ z_{m-1,1} & \beta_i(w_i^{j\pm}) & \dots z_{m-1,n} \\ z_{m1} & z_{m2} & \dots z_{mn} \end{bmatrix} \quad (8)$$

Пусть задана матрица [A] значений высот некоторого участка рельефа:

$$[A] = \begin{bmatrix} 13.91 & 13.90 & 13.85 & 13.84 & 13.95 & 13.90 & 13.81 & 13.80 & 13.82 & 13.80 \\ 13.81 & 13.90 & 13.80 & 13.90 & 13.80 & 13.70 & 13.80 & 13.90 & 13.90 & 13.81 \\ 13.81 & 13.80 & 13.80 & 13.80 & 13.70 & 13.80 & 13.90 & 13.90 & 13.90 & 13.82 \\ 13.91 & 13.85 & 13.85 & 13.75 & 13.74 & 13.75 & 13.72 & 13.85 & 13.80 & 13.75 \\ 13.91 & 13.82 & 13.75 & 13.85 & 13.70 & 13.75 & 13.80 & 13.85 & 13.74 & 13.73 \\ 13.85 & 13.85 & 13.85 & 13.74 & 13.75 & 13.65 & 13.60 & 13.74 & 13.75 & 13.61 \\ 13.85 & 13.75 & 13.60 & 13.65 & 13.52 & 13.55 & 13.75 & 13.70 & 13.60 & 13.60 \\ 13.81 & 13.75 & 13.64 & 13.52 & 13.52 & 13.54 & 13.42 & 13.65 & 13.52 & 13.53 \\ 13.82 & 13.74 & 13.50 & 13.50 & 13.40 & 13.54 & 13.40 & 13.50 & 13.54 & 13.41 \\ 13.82 & 13.70 & 13.55 & 13.54 & 13.41 & 13.43 & 13.43 & 13.31 & 13.31 & 13.50 \end{bmatrix} \quad (9)$$

В результате дифференцирования матрицы и вычисления гессiana в каждой точке матрица [A] преобразуется к виду

$$[A'] = \begin{bmatrix} 13.91 & 13.90 & 13.85 & 13.84 & 13.95 & 13.90 & 13.81 & 13.80 & 13.82 & 13.80 \\ 13.81 & \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_1 & \beta_1 & \alpha_2 & \beta_1 & \beta_1 & \beta_1 & 13.81 \\ 13.81 & \alpha_1 & \beta_1 & \beta_1 & \alpha_2 & \alpha_1 & \alpha_1 & \alpha_1 & \alpha_1 & 13.82 \\ 13.91 & \alpha_1 & \beta_1 & \alpha_2 & \beta_1 & \alpha_1 & \alpha_1 & \alpha_1 & \alpha_1 & 13.75 \\ 13.91 & \alpha_1 & \beta_1 & \alpha_1 & \beta_1 & \alpha_1 & \alpha_1 & \beta_1 & \beta_1 & 13.73 \\ 13.85 & \beta_1 & \beta_1 & \beta_1 & \beta_1 & \beta_1 & \alpha_1 & \alpha_1 & \alpha_1 & 13.61 \\ 13.85 & \beta_1 & \alpha_2 & \beta_1 & \beta_1 & \beta_1 & \alpha_2 & \alpha_1 & \alpha_1 & 13.60 \\ 13.81 & \alpha_1 & \beta_1 & 13.53 \\ 13.82 & \alpha_1 & \beta_1 & 13.41 \\ 13.82 & 13.70 & 13.55 & 13.54 & 13.41 & 13.43 & 13.43 & 13.31 & 13.31 & 13.50 \end{bmatrix}$$

Анализ матрицы [A'] с привлечением программ «Кластер» позволяет выявить структурные линии

$[a_{26}, a_{35}, a_{45}, a_{55}, a_{65}, a_{66}, a_{76}, a_{86}, a_{86}, a_{87}, a_{97}, a_{10.0}, a_{10.8}, a_{10.9},]$ Аппликаты точек, инцидентных структурным линиям и близлежащих точек анализируются и представляются в виде: $|x^2 - y^2 - 2xy| + |x^2 + y^2 - 2xy|$

На рис. 6 представлена структурная модель поверхности.

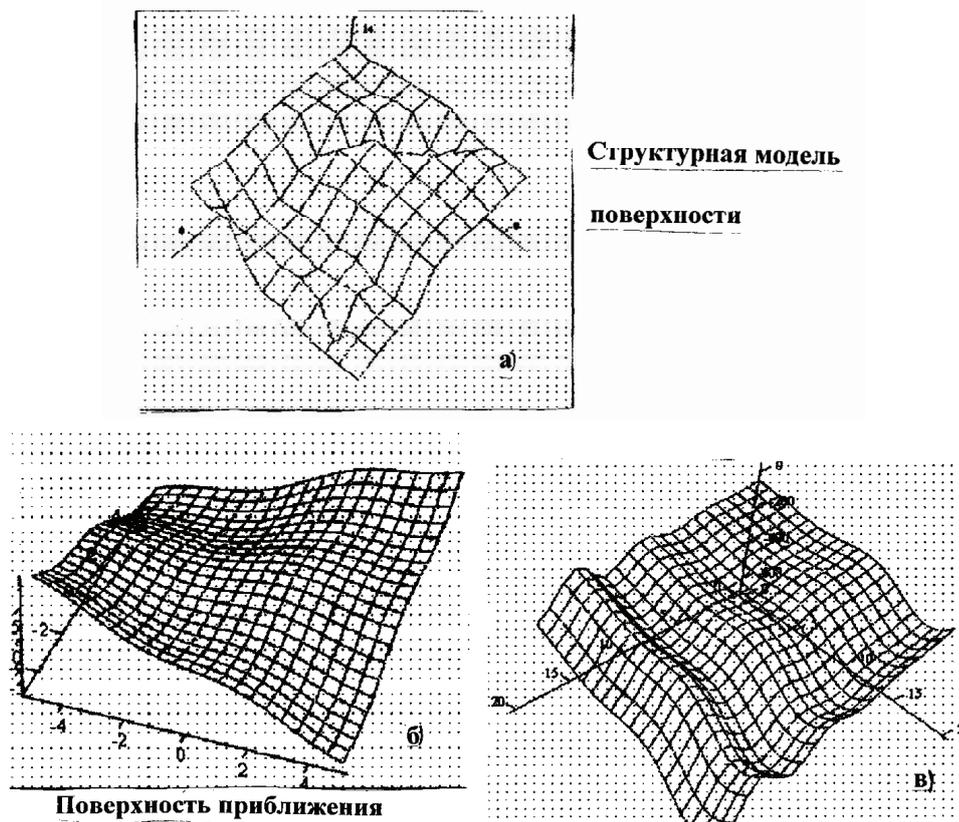


Рис. 6

Выводы. Предложенный способ построения структурных моделей ТП позволяет моделировать участки рельефа с минимальными потерями первоначальной информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Maguire, D.I., Coodchild, M.F. and Rhind, D.W., Geographical Information Systems: Principles and Applications, Longmann Scientific and Technical, England, 1991
2. Burrough, P.A., Principles of Geographical Information Systems for Land Resource Assesment, Cearendon Press, Oxford, 1998
3. Panel Discussion: The future of DTM – Photogrammetric Engineering and Remote Sensing., 1998, vol,44 № 12
4. Михайленко В.Е., Кучкарова Д.Ф. Геометричні моделі топографічних поверхонь в задачах проектування – // Прикладная геометрия и инженерная графика, Будівельник, Киев, вып.65, 1999, с.53-58.
5. Кучкарова Д.Ф. Алгоритмы определения кластера структурных линий топографической поверхности, - // Тезисы международной научно – практической конференции «Современные проблемы геометрического моделирования», Донецк, 2000, с.130-132.

Получено 17.03.2006 г.