

пустот в кластере. Программная реализация алгоритма этого метода является частью программного комплекса по обработке растровых изображений микрошлифов металлических сплавов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Федер Е. Фракталы. – М.: Наука, 1991. – 136 с.
2. Физическая энциклопедия. – М.: «Советская энциклопедия», 1980.
3. Кулак М.И. Фрактальная механика материалов. Мн.: Выш.шк. 2002. – 304 с.
4. Structure Formation Model for Hardening Process of Metals / Ju. N. Taran, A. I. Mikhalyov, A. I. Derevjanko, T. E. Vlasova, V. E. Khrychikov //5-th International Symposium of Croatian Metallurgical Society Materials and Metallurgy (SCMS'2002, June, 23-27, 2002). – Metallurgy. –Vol. 41. – N 3, 2002. - P. 226.
5. Смирнов Б.М. Физика фрактальных кластеров. М.: Наука. 1991. – 136 с.
6. Meakin Paul. Fractals, scaling and growth far from equilibrium. Cambridge University Press,1998. - 663 p.
7. Баландин Г.Ф. Состояние и перспективы математической теории формирования отливки // Литейное производство. – 1980. -№1. - С. 6-9.
8. Зеленый М.Л., Милованов А.В. Фрактальная топология и странная кинетика . // УФН – 2004. – Т. 174, №8. - С. 809-852.
9. Фрактальная модель роста зерен при затвердевании сплавов / Таран Ю.Н., Михалев А.И., Хрычиков В.Е., Деревянко А.И. //Современные проблемы металлургии. Научные труды Нац. металл.академии Украины. - Том 3. - 2001. - С. 414-421.

Получено 21.03.2006 г.

УДК 004.9268:539:621

А.И. Михалев, В.В. Помулев

### ВОПРОСЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СТРУКТУР МЕТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ ПЕРКОЛЯЦИОННЫХ КЛАСТЕРОВ

#### Введение

Благодаря ряду работ последнего десятилетия уже не вызывает сомнений оправданность и эффективность применения фрактальных моделей для описания металлоструктур и процессов их образования [1-6].

© А.И.Михалев, В.В. Помулев, 2006

Структурообразования (структуры) такие как: цементит, перлит и т.п. принято рассматривать как кластеры, а в качестве их параметров состояния, в рамках фрактального подхода, используют фрактальную размерность  $D_f$  или мультифрактальные спектры, вычисленные по «плоскому» изображению или по изображениям сечений [2-7].

В тоже время структура находится в трехмерном объеме расплава и может рассматриваться как пористый фрактальный кластер. В нем одновременно возможна двусторонняя перколяция (протекание). То есть образуются два вложенных друг в друга перколяционных кластера: один, состоящий из частиц кластера, другой - из материала среды, окружающей кластер [1].

Таким образом, применение теории перколяции к описанию и моделированию структур металлических материалов, при определенных ограничениях, позволит перейти к рассмотрению 3D структуры расплава [8]. Настоящая работа посвящена моделированию 3D строения структурообразований металлических материалов.

### Пространственная перколяция

*Теория перколяции* имеет дело с эффектами распределения соединенных ячеек в случайной системе. Основная идея перколяции состоит в определении условий четкого перехода из связного (long-range connectivity) состояния в состояние с отсутствием дальней связности (или наоборот). Такой переход в системе наблюдается при достижении некоторой обобщенной критической плотности или при достижении *порога перколяции*.

Существуют два различных по природе, но схожих по поведению процесса:

так называемая *решеточная перколяция*, наблюдаемая в коммуникативных системах;

и *пространственная перколяция*, наблюдаемая, например, в металлических фильмах и пористых кластерах.

Простейший пример пространственной перколяции это  $d$ -мерная коробка (решетка) в которую случайным образом накинаны два типа шаров: проводящие и изоляторы. При этом ключевым параметром является величина, называемая критическим отношением объемов (critical volume fraction) [9]:

$$\phi_c(L, d) = v(L, d) \cdot p_c(L, d),$$

где  $\nu(L, d)$  – коэффициент упаковки – зависит от типа решетки,  $p_c(L, d)$  – порог перколяции (критическое отношение числа проводящих шаров к непроводящим, при котором система остается проводником рис.1). При этом, как показывают исследования [9], величина не зависит от типа решетки ( $L$ ) т.е. является геометрическим инвариантом. Другой важной геометрической характеристикой является корреляционная длина:

$$l \sim r \cdot (p - p_c)^\nu, \quad (1)$$

где  $r$  – размер элементов (полиэдры, шары, эллипсоиды),  $\nu$  – критическая экспонента [9],  $p$  – отношение числа проводящих элементов к не проводящим.

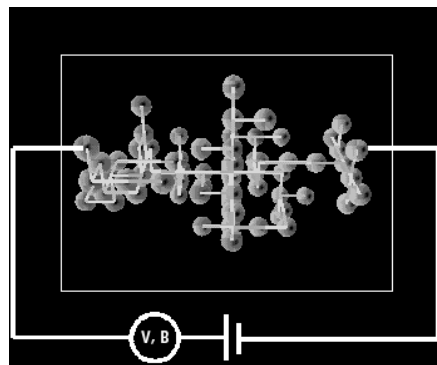


Рис. 1. Простой пример пространственной перколяции [12]

Величина (1) тесно связана с важным для кластера параметром – массой:

$$s \sim l^f, \quad (2)$$

где  $f$  – критическая экспонента.

Причем для случая  $p=p_c$  всегда  $f < D_E$ . Более того,  $(D_E - f)$  – это дефицит размерности или соразмерность Хаусдорфа, являющаяся связывающим звеном между теорией фракталов и перколяционными кластерами.

Связь количественных параметров перколяционной системы и фрактальной размерности дает возможность получить новые модели для описания структур металлов и процессов их структурообразования.

Например, если рассматривать в качестве элементов перколяционной системы полиэдры [10], а, кстати, именно полиэдрическую форму рассматривают в стереометрической металлографии в качестве

формы зерна [8], то можно получить модели подобные показанной на рис.2.а.

Другой пример, при моделировании пористого кластера элементы выгодно рассматривать в виде цилиндров, оконцованных полусферами (т.н. прутья) [11], что показано на (рис. 2.б).

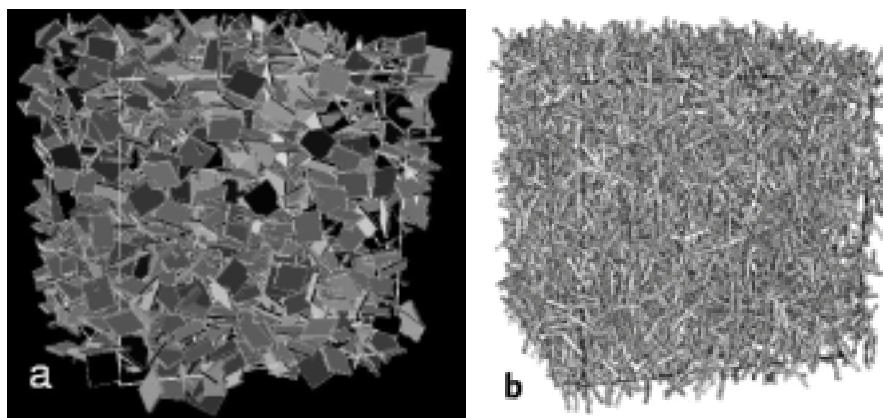


Рис.2. Примеры пространственных перколяционных кластеров: а) элемент полиэдр, б) - «прут»

### Выводы

Наличие связи размерности Хаусдорфа (фрактальная размерность) и количественных параметров перколяционных кластеров дает возможность применять комбинированный подход, заключающийся в применении перколяции для моделирования 3D-структуры и аналитического вычисления технологических, механических, а также фрактальных характеристик материала с последующей проверкой последних на реальных объектах [5,6], используя связь фрактальных характеристик и параметров перколяционных кластеров.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Куликов Д.В., Меркалова Н.В., Закирничная М.М. Физическая природа разрушения // <http://www.mahp.oil.ru>, 1999.
2. Синергетика и фракталы в материаловедении / В.С. Иванова, А.С. Баланкин, И.Ж. Бунин, А.А. Оксогоев - М.: Наука, 1994. - 383 с.
3. Смирнов Б.М. Физика фрактальных кластеров. М.:Наука, 1991.- 136 с.
4. Бунин И.Ж., Колмаков А.Г., Встовский В.Г., Тереньтьев В.Ф. Концепция фрактала в материаловедении. // *Материаловедение.* - 1999. - № 2. - с. 19-26.
5. Михалев А.И., Дервянко А.И., Помулев В.В. Фрактальное оценивание зернистости металлоструктур // *Системные технологии. Ре-*

- гиональный межвузовский сборник научных работ. - Выпуск 2 (10) - Днепропетровск. 2000. с. 104-112.
6. Михалев А.И., Деревянко А.И., Помулев В.В. Применение методов фрактальной геометрии для анализа металлоструктур // Вестник ХГТУ. - 2001. № 3(12). - с. 178-180.
  7. Встовский В.Г., Колмаков А.Г., Бунин И.Ж. Введение в мультифрактальную параметризацию структур материалов. - Москва-Ижевск: РХД, 2001. - 116 с.
  8. Салтыков С. А. Стереометрическая металлография, М.: Металлургия-1970.
  9. Wu J. Introduction to Percolation Theory // <http://socrates.berkeley.edu/~jqwu/>
  10. Saar M.O., Manga M. Continuum percolation for randomly oriented soft-core prisms // PHYSICAL REVIEW E.-2002.-Vol.65.
  11. Eda Z.N., Florian R., Brechet Y. Continuum percolation of isotropically oriented sticks in 3D revisited // Physical Review E 59.-1999.-pp. 3717-3720.
  12. Nir Yefet 3D Visualization of percolation clusters // <http://phycomp.technion.ac.il/~comphy/nir.-1998>.

Получено 16.03.2006 г.

УДК 515.1

Д.Ф.Кучкарова

## СТРУКТУРНЫЕ МОДЕЛИ ТОПОГРАФИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ НА РЕГУЛЯРНОЙ СЕТИ ИСХОДНЫХ ДАнных

**Постановка проблемы.** При решении многих прикладных задач возникает необходимость построения модели рельефа на заданной сети (регулярной, нерегулярной) исходных данных. Степень соответствия между построенной моделью и реальной поверхностью зависит от точности определения структурных линий рельефа, наиболее полно отражающих геоморфологию моделируемой поверхности. Структурные модели рельефа, известные также под названием полиэдральных, предполагают представление поверхности в виде системы многогранников, ребрами которых являются линии, соединяющие экстремальные точки на смежных горизонталях и структурных линиях рельефа.

© Д.Ф.Кучкарова, 2006