комп'ютерне моделювання. –Харків: ХДУХТ, 2005. – Вип. 10.– С. 51-55.

6. Хомченко А., Зуб П., Цибуленко О. Геометрія випадкових блукань у центорованих дискретних елементах // Сучасні проблеми геометричного моделювання: Матеріали Міжнародної науково – практичної конференції.– Львів: НУ «Львівська політехніка», 2003. – С. 104 – 106.
7. Хомченко А.Н., Тулученко Г.Я. Стохастичні моделі для комп'ютерної діагностики вагових спектрів кубатур // Вісник Харківського національного університету ім. В.Н. Каразіна. Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». – 2004. – Вип. 3, № 629. – С. 33 – 38.
8. Тулученко Г.Я., Хомченко А.Н. Моделі випадкових блукань на трикутних скінченних елементах вищих порядків // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – Мелітополь: ТДАТА, 2004. – Вип. 4. - Том 28. – С. 32 – 36.
9. Тулученко Г.Я., Хомченко А.Н. Обчислювальні експерименти з ваговими коефіцієнтами кубатур на скінченних елементах вищих порядків // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків: ХДУХТ, 2005. – Вип. 11. – С. 37-43.

Получено 15.03.2006 г.

УДК 515.2, 681.3

А.В. Черников

ПРИКЛАДНАЯ ГЕОМЕТРИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ФОРМООБРАЗОВАНИЙ

Постановка проблемы. Вопросы исследования технологических процессов в промышленности (например, добыча нефти и газа, фильтрование), природных процессов и явлений (в частности, эрозии почв, наступления пустынь) и т.д. часто требуют проведения виртуального эксперимента с построением компьютерных моделей изменения объектов во времени под действием внешних сил. Для использования всех возможностей компьютерной техники необходима разработка соответствующих геометрических моделей объектов, процессов и явлений.

В частности, возникает задача описания формы объекта, которая меняется с течением времени под действием заданных факторов. Данная проблема возникла при исследовании геометрических аспектов процесса фильтрования суспензий в промышленности и коммунальном хозяйстве, но результаты и модели, полученные для этой задачи, можно распространить и на другие динамические процессы.

Анализ последних достижений и публикаций. Вопросам компьютерного моделирования различных физических процессов в последнее время уделяется все больше внимания. Ряд методов основан на использовании физических закономерностей [1], другие – возможностей фрактальной геометрии [2, 3], третьи – на использовании различных преобразований, в частности, конформных. Наибольший интерес представляет объединение этих подходов, например, исследование (моделирование) некоторого процесса в простейшей области (круге) а затем его распространение на заданную область.

Постановка задачи. Развитие компьютерного моделирования обуславливает актуальность геометрических исследований формообразования под действием различных факторов, в том числе и методов визуализации с возможностью интерактивного управления параметрами процесса [4]. Так как именно форма границы является индикатором изменений геометрии объекта, необходимо предложить методы моделирования границ 2-D и 3-D объектов, меняющихся с течением времени под влиянием заданных физических и/или технологических факторов.

Основной материал. После проведения ряда экспериментов [5, 6], было получено семейство кривых, как мгновенных границ некоторого объекта (слой осадка при фильтровании), для которого необходимо получить аналитические зависимости. Один из подходов к решению этой задачи может базироваться на понятии квази-эквидистантных нормально-смещенных кривых и поверхностей [7].

При создании модели принят ряд допущений: будем считать что частицы, взвешенные в жидкости, имеют одинаковый размер; скорость частицы при фильтровании складывается из двух компонент – оседание под действием силы тяжести и движение перпендикулярно текущей поверхности фильтрования за счет перепада давлений. Опишем уточненный алгоритм их построения (см. рис. 1).

 ISSN 1562-9945

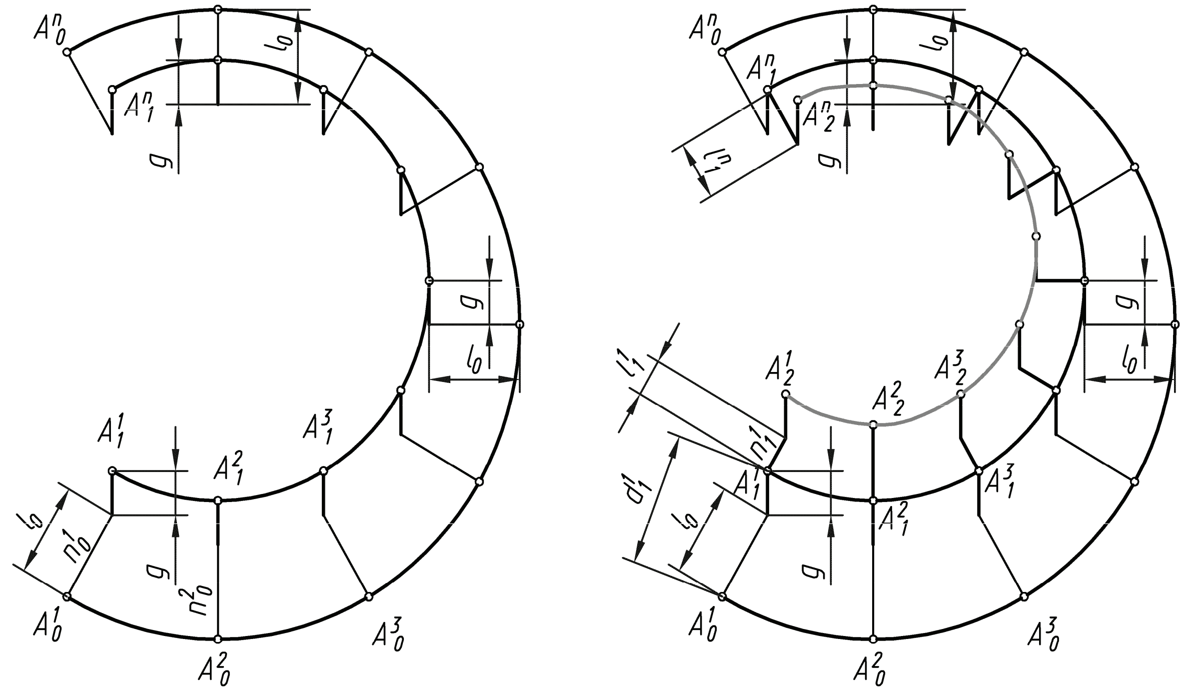


Рисунок 1 – Алгоритм построения семейства кривых

1. На исходной кривой выбираем ряд опорных точек $\{A_0^1, A_0^2, \ldots, A_0^n\}$ и строим в каждой из них единичную нормаль $\{\bar{n}_0^i \mid i = 1, \ldots, n\}$;

2. Откладываем по каждой нормали величину l_0 (в случае фильтрования эта величина определяется опытным путем и зависит от свойств суспензии и фильтровальной перегородки, в других – задается исходя из закономерностей моделируемого процесса);

3. От концов полученных в каждой точке отрезков откладываем постоянный вектор длиной g (на рис. 1 он отложен вертикально вверх) и через полученные точки $\{A_j^1, A_j^2, \ldots, A_j^n \mid j = 1\}$ проводим следующую кривую семейства;

4. В точках $\{A_j^1, A_j^2, \ldots, A_j^n \mid j = 1\}$ полученной кривой строим единичные нормали $\{\bar{n}_j^i \mid i = 1, \ldots, n\}$. По каждой такой нормали откладываем величину l_j^i, зависящую от расстояния до исходной кривой d_j^i. Эта зависимость (например, для процессов фильтрования) может определяться по схемам, показанным на рис. 2. Здесь величина H соответствует толщине осадка, при которой суспензия уже не может проходить через образовавшийся слой осадка.

5. Принимаем последовательно j=2, 3, ..., m и повторяем шаги 3 и 4, пока $\max\limits_{i=1\ldots n}\left\{l_j^i\right\} > g$. Получаем семейство кривых, описывающее процесс изменения объекта (его границы) с течением времени.

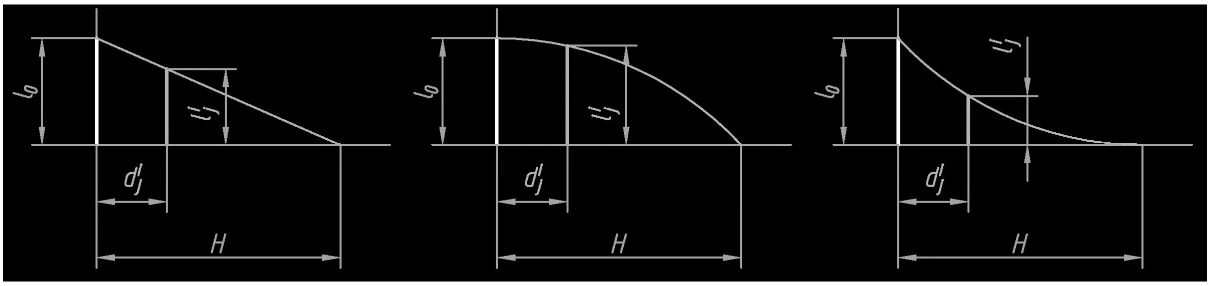
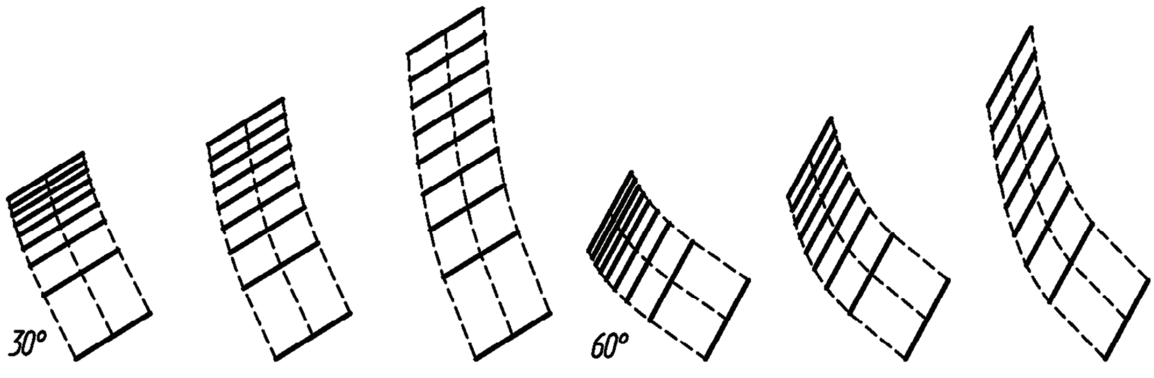


Рисунок 2 – Варианты определения длины нормали

На рис. 3 показаны примеры работы алгоритма для фрагмента кривой при различных начальных условиях (углы наклона отрезка 30° и 60°) и свойствах моделируемого объекта (параметры l_0 и g).



l_0=30, g=2; l_0=30, g=5; l_0=30, g=10; l_0=30, g=2; l_0=30, g=5; l_0=30, g=10;

Рисунок 3 – Последовательное изменение фрагмента границы объекта и линии тока при различных начальных условиях

На рис. 4 показан результат работы алгоритма для исходной кривой в виде эллипса, вытянутого вдоль вертикальной оси.

Предлагаемый алгоритм апробирован и для многоугольных областей. Однако, здесь возникает необходимость в дополнительной обработке каждого контура, связанная с самопересечением составляющих его отрезков (см. рис. 5).

В табл. 1 приведены коэффициенты уравнения кривых, по которым перемещаются углы ромба и трапеций.

ISSN 1562-9945

Таблица 1

Коэффициенты уравнения кривой $y=(a+cx+ex^2)/(1+bx+dx^2)$

	a	b	c	d	e
Ромб	0.00002	-0.02042	0.33522	0.00013	0.00046
Трапеция 1	0.00018	0.00803	2.02065	-0.00195	0.02898
Трапеция 2	0.00000	-0.00453	0.66700	-0.00013	-0.00067

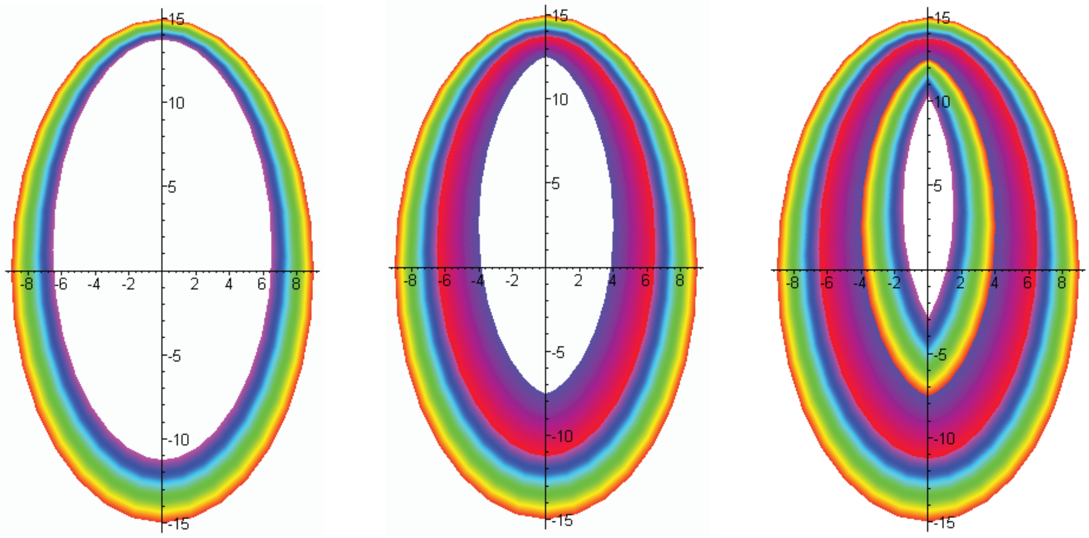


Рисунок 4 – Последовательное изменение границы объекта

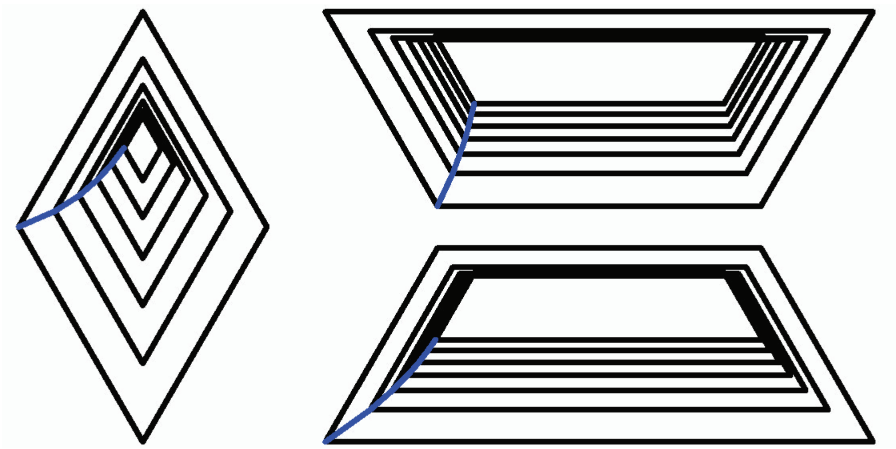


Рисунок 5 – Последовательное изменение границ многоугольника

Аналогичный алгоритм может быть применен для моделирования квази–эквидистантных поверхностей. Для этого поверхность следует триангулировать и описанные действия применить к каждой треугольной площадке.

Выводы и перспективы. В работе продемонстрировано соотношение между реальным, динамически изменяющимся объектом и его имитационной компьютерной моделью. Разработанные методы моделирования обязательно должны подтверждаться экспериментами –

иначе практическое использование таких моделей невозможно. По результатам наблюдений за реальными объектами модель должна корректироваться для уточнения сделанных допущений. Создание моделей – сложная междисциплинарная задача, в которой вопросы геометрии, математики, информатики, физики и биологии тесно взаимосвязаны. Формальное описание процесса вместе с последующей моделью (возможно, не учитывающей некоторые условия) может привести к интересным геометрическим результатам, даже если модель самого процесса окажется не совсем точной.

ЛИТЕРАТУРА

1. Михайленко В.Є., Черніков О.В. Сучасний стан методів геометричного та комп'ютерного моделювання та напрямки їх розвитку. //Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2000. – Вип. 68. – С. 3-6.
2. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
3. Kaandorp, J.A., Fractal modelling: growth and form in biology. – Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1994. – 208 p.
4. Foster N., Fedkiw R. Practical Animation of Liquids // ACM SIGGRAPH-2001. – 12 - 17 August 2001. - Los Angeles, CA, USA, 2001. - P. 23-30.
5. Черніков О.В. Моделювання кривих в перерізах поточної поверхні фільтрування. //Прикладна геометрія та інженерна. графіка. – К.: КНУБА, 2003. – Вип. 72. - С. 72-77.
6. Черніков О.В. Про одну сім'ю квазі-еквідистантних кривих // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – Харків, ХДУХТ, 2005. – Вип. 10. – С. 70-73.
7. Черников А.В. Моделирование границ 3-D объектов, меняющихся во времени под действием заданных условий (на примере фильтрования) // Геометричне та комп'ютерне моделювання: Збірник наук. праць – Харків: ХДУХТ, 2005. – Вип. 11. – С. 81-84.

Получено 13.03.2006 г.