

3. Хомченко Б.А. Ймовірнісні моделі та алгоритми зваженого усереднення параметрів в інформаційних технологіях відновлення функцій: Дис...канд. техн. наук: 05.13.06. – Херсон, 2000. – 204 с.
4. Валько Н.В. Ймовірнісні моделі і методи барицентричного усереднення граничних потенціалів: Дис...канд. фіз.-мат. наук: 01.05.02. – Дніпропетровськ, 2005. – 170 с.
5. Хомченко А.Н. Некоторые обобщения моделей бернуллиевых блужданий в K -мерном симплексе // Труды Института прикладной математики и механики. – Донецк: ИПММ НАН Украины, 2001. – Т.6. – С. 159-163.
6. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. – М.: Мир, 1979. – 392 с.
7. Балк М.Б. Болтянский В.Г. Геометрия масс. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 160 с.

Получено 15.03.2006 г.

УДК 515.2

Л.В.Ушаков

ПРОЕКТУВАННЯ ПОВЕРХНІ ВІДБИВАЧА ОСВІТЛЮВАЛЬНОГО ПРИЛАДУ ЩІЛИННОГО ТИПУ

Постановка проблеми. В нічний час під час проведення аварійно-рятувальних робіт виникає проблема надійного освітлення великих за розмірами місцевостей. На практиці використовуються освітлювальні прилади, поверхні відбивачів яких спроектовано на основі параболічних залежностей, і які формують пучок променів у межах „світлового конуса”. Для освітлення великих площ місцевостей такі прилади необхідно періодично рухати (тобто сканувати місцевість), що додає додаткові вимоги до конструкцій їх кріплень. Тому актуальними будуть дослідження, спрямовані на пошук форми нерухомого відбивача, здатного зосередити відбиті промені в просторі, відмінному за „світловий конус”, наприклад, щілинної конструкції.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Основу геометричного моделювання відбивачів променів методами синтетичної геометрії складають роботи професора О.Л.Підгорного [1]. Для складання комп'ютерних алгоритмів розрахунку відбивачів освітлювальних приладів більш зручним буде аналітичний опис відбивальної поверхні [2].

© Л.В.Ушаков, 2006

Постановка задачі. Описати поверхню відбивача, здатного зосередити відбиті промені в прошарку об'єму простору, обмеженого двома паралельними площинами (тобто поверхню відбивача щілинного типу).

Основна частина. Оберемо положення нерухомої прямокутної системи координат $Oxyz$ так, щоб серединна пряма щілини визначалася координатною площиною Oxz . Нехай система координат $OXYZ$ є рухомою і пов'язана з напрямком випромінювання. Сумістимо „одноіменними” осями з нерухомою системою координат $Oxyz$, а потім здійснимо її оберт навколо осі Oy на кут t . Описати такий оберт можна рівняннями

$$X = x \cos t + z \sin t; \quad Y = y; \quad Z = -x \sin t + z \cos t. \quad (1)$$

В рухомій системі координат $OXYZ$ задамо параболоїд обертання з фокусом в початку координат і з віссю обертання OZ :

$$X = \sqrt{v^2 - u^2}; \quad Y = u; \quad Z = \frac{v^2}{2p} - \frac{p}{2}, \quad (2)$$

де p – параметр форми параболоїда.

Вважатимемо, що завдяки переміщенню рухомої системи координат $OXYZ$ параболоїд обертання своєю віссю OZ «відслідковувати» необхідний напрям паралельних променів, де кут-параметр t змінюється у межах $t_{MIN} \leq t \leq t_{MAX}$. Якщо джерело світлових променів розташувати у спільному фокусі сім'ї конфокальних параболоїдів обертання, то шукана поверхня відбивача співпадатиме з обвідною елементів цієї сім'ї.

Для опису елемента сім'ї конфокальних параболоїдів необхідно на основі виразів (1) і (2) утворити систему рівнянь

$$\sqrt{v^2 - u^2} = x \cos t + z \sin t; \quad u = y; \quad \frac{v^2}{2p} - \frac{p}{2} = -x \sin t + z \cos t. \quad (3)$$

Після розв'язання системи (3) відносно x , y і z , одержимо опис параболоїда з фокусом в початку координат, повернутого навколо осі Oy на кут t :

$$x = -\frac{1}{2p} [(v^2 - p^2) \sin t \mp 2p \cos t \sqrt{v^2 - u^2}];$$

$$y = u; \quad z = \frac{1}{2p} [(v^2 - p^2) \cos t \pm 2p \sin t \sqrt{v^2 - u^2}]. \quad (4)$$

Тут верхні знаки необхідно обирати при від'ємних значеннях параметра t , а нижні – при додатних значеннях. Для опису обвідної сім'ї конфокальних параболоїдів виду

$$x = v \cos t \cos u + \frac{p^2 - v^2}{2p} \sin t; \quad y = v \sin u; \quad z = v \sin t \cos u - \frac{p^2 - v^2}{2p} \cos t \quad (5)$$

необхідно залучити якобіан [4, 5]

$$J(u, v) = \frac{D(x, y, z)}{D(u, v, t)} = -\frac{v^2(p^2 + v^2)}{2p^2} \cos u. \quad (6)$$

З рівняння $J(u, v) = 0$ відносно параметра u одержуємо корінь $u = \pi/2$. Підставивши $u = \pi/2$ у формули (5), маємо рівняння обвідної

$$x = -\frac{v^2 - p^2}{2p} \sin u; \quad y = v; \quad z = \frac{v^2 - p^2}{2p} \cos u. \quad (7)$$

Отже, відбивальна поверхня складатиметься з трьох частин. А саме, з двох фрагментів миттєвого положення параболоїда обертання - лівого півпараболоїда і правого півпараболоїда при значеннях параметра $t = t_{MIN}$ і $t = t_{MAX}$, а також з частини поверхні боковин відбивача. На рис. 1 зображено сім'ю конфокальних параболоїдів (4) (при $p = 2$), компоненти нерухомого відбивача, а також аксонометрію нової відбивальної поверхні.

Для дослідження відбивальних характеристик запропонованого рефлектора слід визначити напрям відбитого променя. Нехай поверхню R описано у вигляді $x=x(u, v)$; $y=y(u, v)$; $z=z(u, v)$, а джерело променів розташовано у точці $S(x_S, y_S, z_S)$. Відбитий промінь доцільно визначати за допомогою уявного джерела променів [2].

Твердження 1. Координати точки $M(x_M, y_M, z_M)$ - як уявного джерела променів - слід обчислювати за формулами:

$$x_M = x_S - 2km; \quad y_M = y_S - 2kn \quad \text{і} \quad z_M = z_S - 2kl, \quad (8)$$

$$\text{де} \quad k = \frac{(x_S - x)m + (y_S - y)n + (z_S - z)l}{m^2 + n^2 + l^2}; \quad m = \frac{\partial(y, z)}{\partial(u, v)}; \quad n = \frac{\partial(z, x)}{\partial(u, v)}; \quad l = \frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)}.$$

Тоді відбитий від поверхні R в точці $P(x, y, z)$ промінь визначатиметься формулами:

$$x_{BID} = x - (x_M - x)q; \quad y_{BID} = y - (y_M - y)q; \quad z_{BID} = z - (z_M - z)q, \quad (9)$$

де q - параметр точки на відбитому промені.

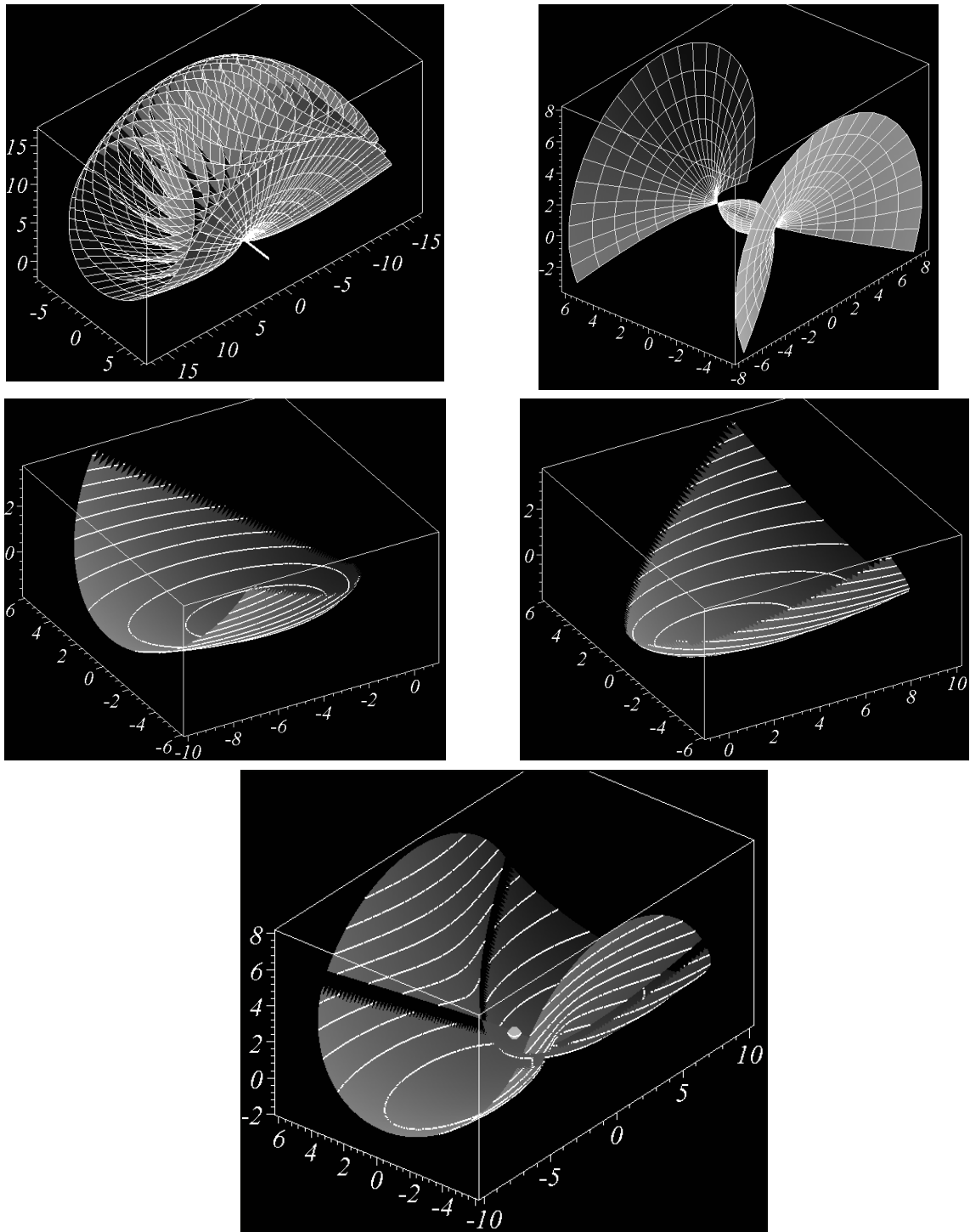


Рисунок 1 - Сім'я конфокальних параболоїдів, компоненти нерухомого відбивача та аксонометрія відбивальної поверхні

Твердження 2. Якщо поверхня „півпараболоїда” описана у параметричному вигляді (4), то координати вектора нормалі у точці падіння променя $x=x(u, v)$; $y=y(u, v)$; $z=z(u, v)$ слід обчислювати за формулами:

$$m(u, v) = v \frac{\sqrt{v^2 - u^2} \cos t \pm p \sin t}{p \sqrt{v^2 - u^2}}; \quad n(u, v) = \frac{uv}{p \sqrt{v^2 - u^2}};$$

$$l(u, v) = v \frac{\sqrt{v^2 - u^2} \sin t \mp p \cos t}{p \sqrt{v^2 - u^2}}, \quad (10)$$

де t – кут нахилу параболоїда відносно вертикальної осі (верхні знаки необхідно обирати при від’ємних значеннях параметра t , а нижні – при додатних значеннях).

Твердження 3. Якщо рівняння „боковин” описано у вигляді (7), то координати вектора нормалі у точці $x = x(u, v)$; $y = y(u, v)$; $z = z(u, v)$ падіння променя слід обчислювати за формулами:

$$m(u, v) = -\frac{1}{2p}(u^2 - p^2) \sin v; \quad n(u, v) = -\frac{u(u^2 - p^2)}{2p^2}; \quad l(u, v) = \frac{1}{2p}(u^2 - p^2) \cos v. \quad (11)$$

Тоді уявне джерело променів $M(x_M, y_M, z_M)$ матиме координати (8), де

$$k = p^2 \frac{2p(z_S \cos v - x_S \sin v) - 2uy_S + u^2 + p^2}{u^4 - p^4}. \quad (12)$$

Наведені твердження покладено в основу геометричного моделювання променів, відбитих від певної ділянки відбивача. На рис. 2 наведено зображення відбитих променів для правої боковини нової поверхні (тут $x_S = 0$; $y_S = 0$; $z_S = 0$).

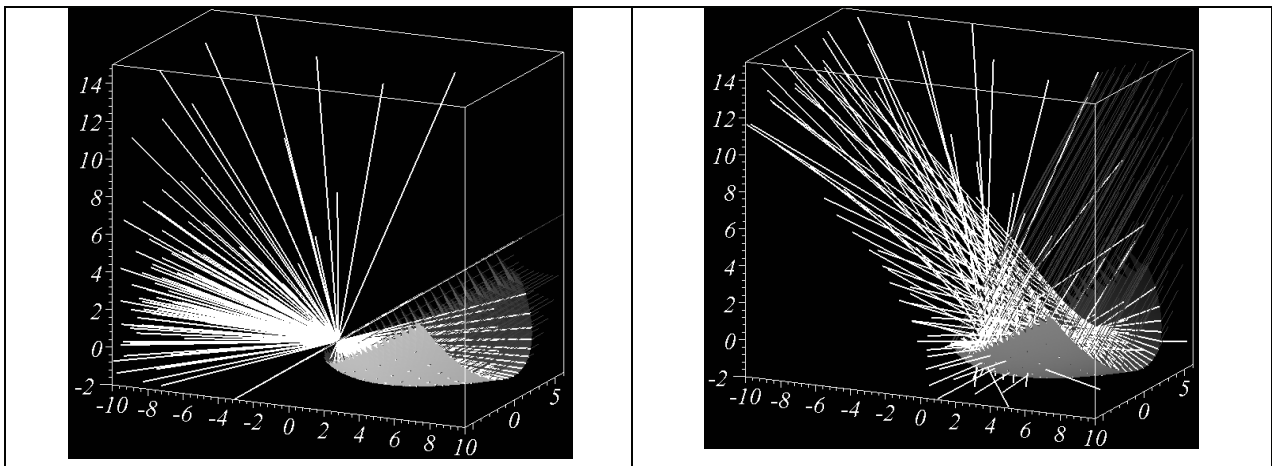


Рисунок 2 - Промені, які відбиті від правої боковини відбивача для різних напрямів падіння променів

Висновки. Опис відбивальної поверхні, яка дозволяє концентрувати відбиті промені у прошарку простору, складається з рівнянь (4) та (7).

ЛІТЕРАТУРА

1. Подгорный А.Л. К вопросу автоматизации инсоляционных расчетов // Прикладная геометрия и инженерная графика. – 1981.-Вып.31.– С.12–13.
2. Куценко Л.М. Визначення поверхні нерухомого відбивача у випадку рухомого джерела променів // Праці / Таврійська державна агротехнічна академія. - Вип. 4. Прикладна геометрія та інженерна графіка. - Том. 24. - Мелітополь: ТДАТА,. - 2004 - С. 15 – 21.
3. Куценко Л.М. Метод опису геометричної форми відбивача у випадку рухомого джерела променів // Геометричне та комп'ютерне моделювання. Харків: ХДУХТ, 2004. Вип. 6. - С. 3 - 8.
4. Куценко Л.М. Визначення поверхні нерухомого відбивача, здатного зосередити відбиті промені в заданій точці простору. - Сборник научных трудов КНУТД. - Киев: Випол, 2004. - С.28-38.

Получено 12.03.2006 г.

УДК 515.2:517.2

А.Н.Хомченко, С.В.Моисеенко

**ВЕРОЯТНОСТНЫЕ СВОЙСТВА БАЗИСА ЛИНЕЙНОЙ
3D– ИНТЕРПОЛЯЦИИ**

Постановка проблемы. Проблема трехмерной интерполяции является ключевой для методов дискретных элементов. В связи с развитием ЭВМ и появлением современных методов численного решения краевых задач возникла интересная методологическая проблема установления и изучения взаимосвязи между различными методами алгебраизации (аппроксимации). По мнению Зенкевича и Моргана [1] все процессы аппроксимации решений дифференциальных уравнений по существу составляют единое целое. В последние годы все большее число специалистов приходит к пониманию этого факта. В настоящей работе предпринята попытка найти характерные черты, объединяющие в единое семейство МКР, МКЭ, МГЭ и метод Монте-Карло. Установлено, что все эти методы фактически используют принцип барицентрического усреднения узловых параметров в фиксированном или текущем барицентре системы “материальных” узлов. Включение в общее семейство метода Монте-Карло стало возможным благодаря установлению вероятностных свойств базиса трехмерного симплекса.

© А.Н.Хомченко, С.В.Моисеенко, 2006