

С.К.Тукаев, Д.Ш.Нурмаганбетов, К.А.Дауренбек

АНАЛИЗ КООРДИНАТНЫХ СИСТЕМ ОТОБРАЖЕНИЯ МНОГОМЕРНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

В производстве строительных конструкций и изделий основным используемым материалом является бетон. Проектирование состава бетона сопровождается проведением экспериментов. Каждый эксперимент требует значительных материальных и трудовых затрат. Даже незначительное уменьшение капиталовложений за счет сокращения количества натуральных экспериментов или за счет определения оптимального состава (по заданному критерию) бетонной смеси дает значительную экономию ресурсов. В условиях рынка экономия трудовых и материальных ресурсов является особенно актуальной задачей.

В настоящее время для исследования многокомпонентных веществ широкое распространение получили традиционные математические методы планирования эксперимента. Для этих методов характерно, что многокомпонентные вещества описываются математическими моделями, исследователь при этом сталкивается с большим объемом арифметических действий и отсутствием наглядного представления об исследуемом многокомпонентном веществе. Если же исследовать многокомпонентную смесь с геометрической точки зрения, то вышеназванных недостатков можно избежать. Впервые использовать диаграммы состав-свойство для изучения многокомпонентных веществ, предложил Шеффе. Далее идею Шеффе развил академик Н.С.Курнаков. В настоящее время в физико-химическом анализе и термодинамике широкое распространение имеют графические и графоаналитические методы исследования многофакторных зависимостей. Эти методы, в основном, используются для построения и исследования диаграмм состав-свойство, они приведены в работах Филиппова П.В., Волкова В.Я., Первиковой В.Н. и др.

Анализ научных работ показывает, что поверхности отклика (ПО) как геометрическая модель свойств веществ, встречающихся на практике, редко бывают линейными. Чаще всего эти поверхности имеют сложную форму и описываются полиномами второго, третьего и более порядков. Из курса высшей математики известно, что чем выше порядок полинома, описывающего многофакторную зависимость, тем сложнее геометрия этой зависимости.

© С.К.Тукаев, Д.Ш.Нурмаганбетов, К.А.Дауренбек, 2006

При решении задач планирования эксперимента в исследованиях многокомпонентных веществ актуальной задачей также является разработка геометрических способов и методов, позволяющих:

1) глубже понять суть задачи и оценить возможные ее решения визуально;

2) оперативно изменять и определять оптимальный состав" многокомпонентного вещества;

3) автоматизировать процесс определения геометрической модели исследуемого вещества.

Геометрическая модель исследуемой многофакторной зависимости должна быть не только наглядной, простой в использовании, но и "удобной" в процессе разработки прикладных программ для автоматизированного вывода графической информации на принтер или графопостроитель, а также обладать необходимой точностью. Анализ имеющихся исследований по данной проблеме выявил следующее:

- для изображения многомерного пространства на бумаге, используется комплексный чертеж Радищева-Мемке, который не достаточно полно отображает информацию об исследуемом многокомпонентном веществе;

- создание геометрической модели (ГМ) исследуемого вещества позволяет автоматизировать процесс графического отображения многофакторных зависимостей на чертеже и на экране ПК, это в дальнейшем позволит исследователю наглядно и быстро оценивать свойство вещества, управлять оптимальным составом и корректировать выбор оптимальных значений входных факторов.

В трудах В.Н.Первиковой [1] и исследователей ее направления [2 - 7] освещены вопросы построения графических и графоаналитических моделей исследуемых многофакторных зависимостей, для построения чертежа которых используются комплексный чертеж Радищева-Мемке. Здесь задача определения уравнения, описывающего поверхность отклика исследуемой функции, выносится на "второй план". Задача поиска экстремума поверхности отклика решается графически. Так, например, в работе Л.А.Цыпыловой "Поиск особых элементов эмпирических поверхностей пространств E_3 , E_4 при помощи графоаналитических способов планирования эксперимента" [5] поиск экстремальной точки поверхности отклика проводится в два этапа: 1-й этап - этап планирования эксперимента первого порядка, здесь определяется стационарная область экстремальной точки поверхности отклика при помощи линии наибольшего ската плоскости, касатель-

ной к ПО; 2-й этап - планирование второго порядка, где уточняются координаты экстремальной точки с помощью приближенной индикатрисы Дюпена, в соответствии с рис. 1.

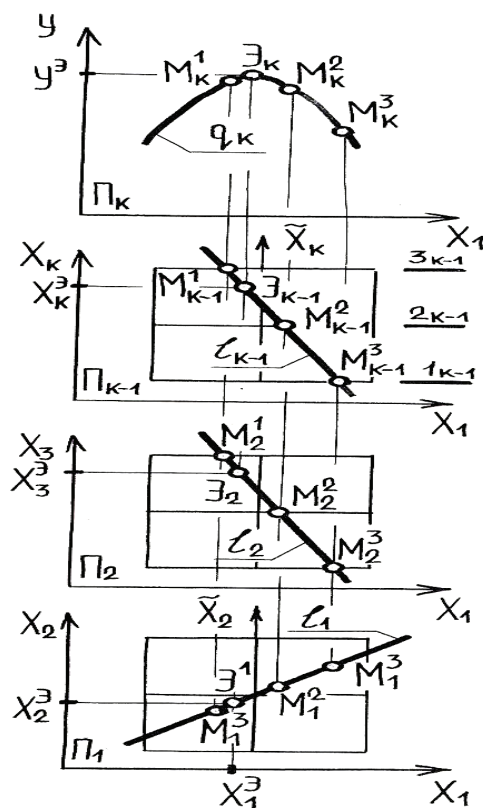


Рисунок 1 - Определение экстремальной точки с помощью индикатрисы Дюпена на чертеже Радищева-Мемке

За относительной наглядностью, по сравнению с традиционными математическими методами, в работе [5], по нашему мнению, имеются некоторые замечания:

- 1) комплексный чертеж Радищева не дает полной информации об исследуемом свойстве вещества;
- 2) кривые ПО, построенные на комплексном чертеже Радищева, сильно искажены;
- 3) каждый диаметр проходит только через две точки, а третья точка не учитывается; следовательно, уменьшается точность определения координат точки экстремума.

В исследовании "Геометрические основы формирования динамических моделей многофакторных систем применительно к процессам очистки воды" [7] М.М.Васильева разработала способ получения графоаналитических моделей многофакторных систем. Изменение значе-

ний входных факторов ведет к изменению графоаналитической модели. Интерполяция поверхности отклика позволяет строить гиперповерхность как на чертеже Радищева, так и на аксонометрическом чертеже. На наш взгляд, слабой стороной исследования М.М.Васильевой является то, что предлагаемый способ определения минимальной точки ПО с помощью аксонометрического изображения нагляден только при трехфакторном материале, в соответствии с рис. 2. Если же число входных факторов будет $k \geq 4$, то изобразить многофакторную зависимость в аксонометрической проекции не представляется возможным. В работе [8] для поиска экстремума поверхности отклика предлагаются аналитический и графоаналитический способы. Здесь, для определения стационарной области точки экстремума, сначала проводят планирование первого порядка. Затем в стационарной области проводят планирование второго порядка, где используют свойства индикатрисы Дюпена. Здесь используется комплексный чертеж Радищева, в соответствии с рис. 3.

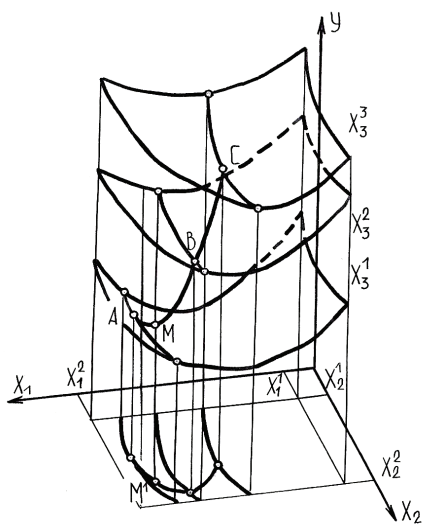
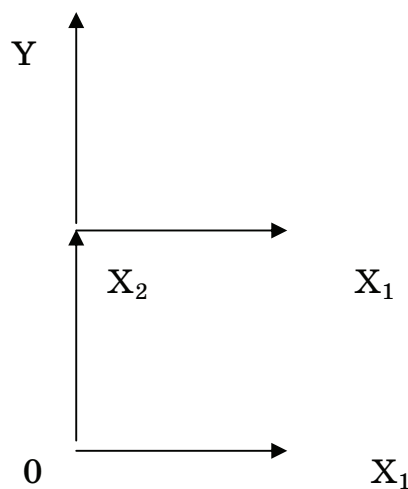


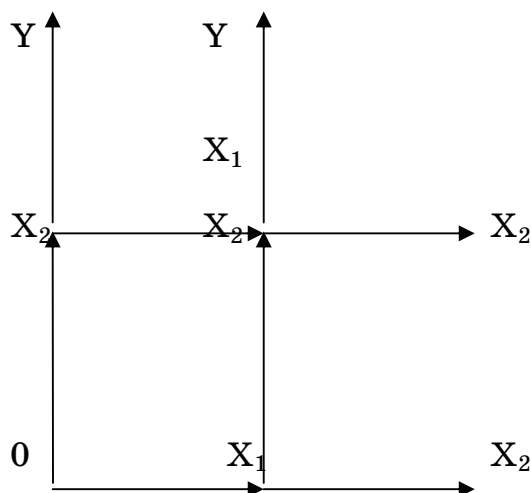
Рисунок 2 - Оптимизационная задача



X_1, X_2 - входные факторы, Y - отклик

Рисунок 3 - Система координатных осей на чертеже Радищева при реализации двухфакторного материала

Предлагаемый графоаналитический способ приближенного определения экстремальной точки поверхности отклика двух-, трех- и четырехкомпонентных веществ основан на использовании полного комплексного чертежа, описанном в работах [9 -12]. Используя ПКЧ, в соответствии с рис. 4, устраняются недостатки работы [8].



X_1, X_2 – входные факторы, Y – выходящий фактор (отклик)
Рисунок 4 - Система координатных осей полного комплексного чертежа при реализации двухфакторного материала

Реализация системы координатных осей, приведенных на рисунке 4, будет примерно выглядеть так, как показано на рисунке 5.

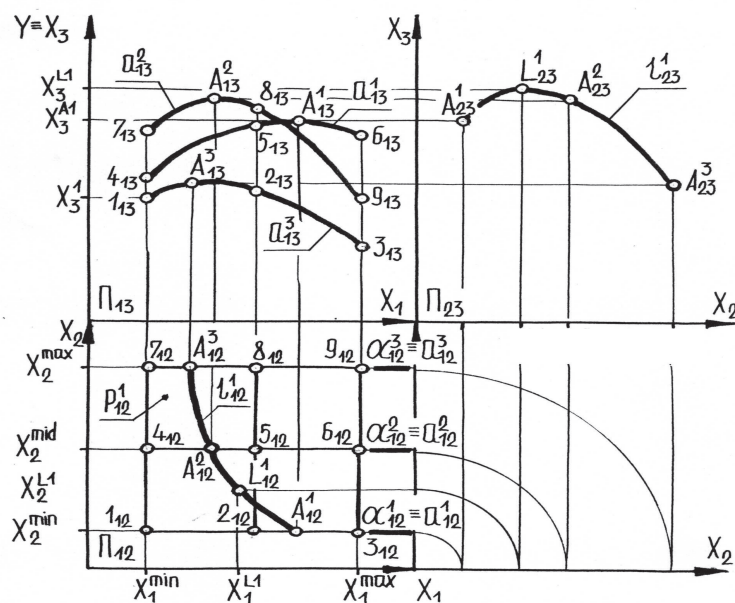


Рисунок 5 - Определение экстремальной точки L^1_2 -поверхности отклика P^1

ЛИТЕРАТУРА

1. Первикова В.Н. Теоретические основы построения чертежей многомерных фигур в синтетическом и векторном изложении с применением для исследования многокомпонентных систем. Автореф. дис. на соиск. уч. степ. д-ра техн наук. - М.: МТИПП, 1974.

2. Руденко Н.Г. Исследование плоскостной модели каркасной модели оптимумов (хребтов) многофакторной зависимости с применением автоматизированного проектирования для инженерных расчетов. Автореф. дис. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. - М.: МАИ, 1978.
3. Кадынская З.А. Исследование каркасных трехмерных поверхностей четырехмерного пространства с криволинейными и плоскими образующими. Автореф. дис. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. - М.: МАИ, 1980.
4. Солодовникова Э.В. Моделирование многомерного пространства методом проекций с числовыми отметками и некоторые его приложения. Автореф. дис. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. - К.: КИСИ, 1974.
5. Цыпылова Л.А. Поиск особых элементов эмпирических поверхностей пространств E_3 , E_4 при помощи графоаналитических способов планирования эксперимента. Автореф. дис. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. - М.: МАИ, 1978.
6. Лазарева С.С. Исследование многомерных моделей при помощи графов с целью применения ЭВМ для построения диаграмм сложных многокомпонентных физико-химических систем. Автореф. дис. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. - М.: МАИ, 1981.
7. Васильева М.М. Геометрические основы формирования динамических моделей многофакторных систем применительно к процессам очистки воды. Автореф. дис. на соиск. уч. степ. канд. техн. наук. - К.: КИСИ, 1990.
8. Двадненко Л.А. Графический способ реализации экстремального планирования 2-го порядка 2- и 3- мерной поверхности отклика для автоматизации построений // Сб. "Прикладная геометрия и машинное проектирование". Труды МАИ. - Вып. 414. - М.: МАИ, 1977.
9. Байдабеков А.К., Нурмаханов Б.Н., Дауренбек К.А. Исследование стационарной области 2-поверхности отклика на полном комплексном чертеже. Современное образование в Казахстане: состояние и пути реформирования // Материалы Международной научно-методической конференции, посвященной 10-летию независимости Республики Казахстан. - Тараз: ТарГУ, 2001. - С. 284–286.
10. Нурмаханов Б.Н., Дауренбек К.А. Разработка графоаналитического способа нахождения точки экстремума 2-поверхности отклика с использованием ПКЧ // Вестник ТарГУ «Природопользование

и проблемы антропосферы». – Тараз: ТарГУ, 2001 - № 2. - С. 160-165.

11. Разработка программной реализации геометрического способа моделирования трехфакторного технологического процесса // Вестник НАН РК. – 2004. - № 3.
12. Графоаналитический способ определения бетонной смеси по критерию прочности // Современные проблемы геометрического моделирования. Материалы Україно-російської науково-практичної конференції. - Харків: МОН України, 2005.

Получено 19.03.2006 г.

УДК 519.2

Г.Я.Тулученко, А.Н. Хомченко, І.О. Астіоненко

ЙМОВІРНІСНІ ВЛАСТИВОСТІ БАЗИСНИХ ФУНКЦІЙ СИМПЛЕКСІВ РІЗНИХ ВИМІРНОСТЕЙ

Постановка проблеми. Алгоритми рандомізованих обчислень знаходять широке застосування при розв'язанні задач з різних наукових галузей. Використання ймовірнісних підходів у методі скінченних елементів дозволяє, зокрема, будувати базисні функції скінченних елементів, уникаючи побудови і розв'язання системи лінійних рівнянь на відміну від традиційного підходу [1].

Базисні функції симплекс-елементів є гармонічними функціями. А для гармонічних функцій добре відомі монте-карлівські алгоритми їх відновлення [2]. Використання в якості області випадкових блукань симплекс-елементів дозволяє встановити нові ймовірнісні властивості базисних функцій цих скінченних елементів.

Аналіз попередніх публікацій. В роботі [3] була сформульована гіпотеза про можливість використання локальних координат точки старту частинки, яка блукає по двовимірному або тривимірному симплексу, в якості ймовірностей її переходу у вершини симплексу в однокроковій схемі блукань. Припущення ґрунтувалося на результатах обчислювальних експериментів. А в роботі [4] ця гіпотеза доведена аналітично. Властивості випадкових блукань з одним стартом в k -вимірному симплексі досліджені в статті [5].

Цілі статті (постановка задачі). На основі ймовірнісних властивостей базисних функцій симплексів різних вимірностей встановити характеристики одночасних випадкових блукань системи n частинок по цим скінченним елементам.

© Г.Я.Тулученко, А.Н. Хомченко, І.О. Астіоненко, 2006