

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛУЧИСТОГО ТЕПЛООБМЕНА В АТМОСФЕРЕ ПРИ ЯСНОМ НЕБЕ

Постановка проблемы. В задачах оптимизации формы зданий по критерию энергосбережения необходимо учитывать тепловое излучение атмосферы и земли. Для этого требуется определять энергетическую яркость небосвода и подстилающей поверхности в зависимости от их метеорологических и физических показателей. Существующие методы расчета лучистого теплообмена в атмосфере не ориентированы на решение оптимизационных задач в строительстве.

Анализ основных исследований и публикаций. Известны дифференциальные уравнения переноса длинноволновой (тепловой) радиации в атмосфере [1, 2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial G_{\lambda}(h, \vartheta)}{\partial h} &= \frac{k_{\lambda}}{\cos \vartheta} \rho [G_{\lambda}(h, \vartheta) - E_{\lambda}(h)]; \\ \frac{\partial U_{\lambda}(h, \vartheta)}{\partial h} &= \frac{k_{\lambda}}{\cos \vartheta} \rho [E_{\lambda}(h) - U_{\lambda}(h, \vartheta)], \end{aligned} \quad (1)$$

где $G_{\lambda}(h, \vartheta)$ – интенсивность монохроматического излучения, направленного из верхней полусферы (нисходящее излучение); $U_{\lambda}(h, \vartheta)$ – тоже, из нижней полусферы (восходящее излучение); λ – длина волны; h – высота расчетной точки; ϑ – угол между направлением луча и вертикалью; k_{λ} – массовый коэффициент поглощения; ρ – плотность поглощающего излучение вещества; $E_{\lambda}(h)$ – функция Планка для интенсивности излучения абсолютно черного тела при температуре атмосферы на высоте h . Граничными условиями для решения этих уравнений являются:

$$G_{\lambda}(\infty, \vartheta) = 0; \quad U_{\lambda}(0, \vartheta) = \delta E_{\lambda}(0) + 2(1 - \delta) \int_0^{\pi/2} G_{\lambda}(0, \vartheta) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta, \quad (2)$$

где δ – относительный коэффициент поглощения подстилающего слоя.

На практике расчеты тепловых потоков и энергетических яркостей в атмосфере делаются с помощью радиационных номограмм [1]. Эти методы не предназначены для решения оптимизационных задач в строительстве.

© О.В.Сергейчук, 2006

Постановка задачи. Разработать геометрическую модель теплового излучения системы атмосфера-земля при ясном небе, ориентированную на решение оптимизационных задач в строительстве, и реализовать ее в виде пакета m-файлов в системе компьютерной математики "Matlab".

Основная часть. При разработке геометрической модели излучения приняты следующие допущения:

1. Земля – шар, радиуса 6371,21 км.
2. Атмосфера ограничена высотой 25 км. Она изотропная и представляет собой полупрозрачную среду для тепловой радиации.
3. Поглощающими (и, соответственно, излучающими) веществами в атмосфере являются водяной пар, углекислый газ и озон. В слое атмосферы высотой 25 км от поверхности земли сосредоточен практически весь водяной пар и более 95% углекислого газа. Распределение водяного пара по высоте подчиняется формуле Зюринга [2]

$$e = e_0 \cdot 10^{-\frac{h}{6} - \frac{h^2}{120}},$$

где e и e_0 – давление водяного пара на высоте h , км, и на поверхности Земли ($h=0$), соответственно. Объемное содержание углекислого газа в атмосфере постоянно и равняется 0,033%. Отношение его плотности к плотности сухого воздуха составляет 1,529 [2].

4. Озон сосредоточен в слое толщиной 3,4 мм, который находится на высоте 20 км от поверхности Земли. Его температура равна средневзвешенной (по массе) температуре озона в атмосфере. Такое допущение для модели, рассчитанной на тепловую оптимизацию зданий вполне корректно, так как высота даже 200-этажного здания очень незначительна в сравнении с высотой слоя, где сосредоточена основная масса озона (в умеренных широтах - 19÷21 км [2]).
5. Температура t в атмосфере меняется с высотой h следующим образом:

- от подстилающей поверхности до 1 м

$$t = t_z + (t_0 - t_z) \sqrt{2h - h^2}, \quad (3)$$

где t_z – температура подстилающей поверхности, t_0 – расчетная температура воздуха на высоте 2 м. Интерполяционная кривая, которая описывается формулой (3) – четверть эллипса, заклю-

ченая между его осями. Такое распределение температуры хорошо соответствует распределению в слое термической шероховатости.

- от 1 метра до верхней границы приземного слоя (до высоты 50 м) температура постоянна и равняется t_0 .

- выше 50 м и до верхней границы тропосферы (до температуры $-56,5^\circ\text{C}$) температура меняется по линейному закону, причем средний градиент температуры в тропосфере равен $6,5^\circ\text{C}$ на 1 км.

- выше тропосферы до высоты 25 км находится тропопауза, где температура постоянная и равняется $-56,5^\circ\text{C}$.

6. Коэффициенты поглощения зависят от температуры и давления поглощающего вещества и определяются формулами [1]

- для водяного пара и углекислого газа:

$$k_{\lambda}(h) = k_{\lambda 0} \left(\sqrt{\frac{p(h)}{p_0}} \cdot \sqrt[4]{\frac{T_0}{T(h)}} \right);$$

- для озона:

$$k_{\lambda}(h) = k_{\lambda 0} \sqrt[4]{\frac{p(h)}{p_0}},$$

где $k_{\lambda 0}$ – значение коэффициента поглощения на некоторой фиксированной высоте, где температура равняется T_0 , К, а давление – p_0 ; h – высота, где рассчитывается k_{λ} .

7. Подстилающая поверхность - серое изотропное тело, имеющее температуру t_z [1].

8. Для получения значений интегральных энергетических яркостей нисходящего и восходящего потоков пределы интегрирования ограничиваются длинами волн 4 и 99 мкм. В соответствии с законом М.Планка, на эту полосу приходится около 99% излучения абсолютно черного тела при температурах, имеющих место в атмосфере. Учитывая очень сложный селективный характер излучения атмосферных газов, вся полоса разбита на 37 достаточно узких спектральных участков, в границах которых коэффициент поглощения при фиксированных температуре и давлении считается постоянным. Такое упрощения общепринято. Обычно число участков равно 15÷25. Значения коэффициентов поглощения приняты по данным [1-3], с учетом приведения их к единым исходным условиям (таблица1).

Интегрирование дифференциальных уравнений (1) с учетом (2) и принятых допущений дает следующие формулы для определения энергетических яркостей нисходящего и восходящего потоков:

$$\lambda = 1, 2, 3, \dots, 37;$$

$$G(h, \alpha) = \sum_{\lambda} \int_h^{25000} \sum_{i=1}^3 k_{\lambda i}(\xi) \cdot \rho_i(\xi) \cdot k_{\alpha}(\xi) \cdot E_{\lambda}(\xi) \cdot e^{-\int_{h^{i=1}}^{\xi} \sum_{i=1}^3 k_{\lambda i}(\zeta) \cdot \rho_i(\zeta) d\zeta} d\xi;$$

$$U_{\lambda}(0, \alpha) = \delta \cdot E_{\lambda}(0) + 2 \cdot (1 - \delta) \int_0^{\pi/2} G_{\lambda}(0, \vartheta) \cos \vartheta \sin \vartheta d\vartheta; \tag{4}$$

$$U_{\lambda}(h, \alpha) = U_{\lambda}(0, \alpha) e^{-\int_0^h \sum_{i=1}^3 k_{\lambda i}(\zeta) \rho_i(\zeta) d\zeta} + \int_0^h \sum_{i=1}^3 k_{\lambda i}(\xi) \rho_i(\xi) k_{\alpha}(\xi) E_{\lambda}(\xi) e^{-\int_{\xi^{i=1}}^h \sum_{i=1}^3 k_{\lambda i}(\zeta) \rho_i(\zeta) d\zeta} d\xi;$$

$$U(h, \alpha) = \sum_{\lambda} U_{\lambda}(h, \alpha)$$

В формулах (4) вместо угла ϑ принят угол α - угол наклона луча к плоскости горизонта. $-90^{\circ} \leq \alpha \leq 90^{\circ}$. Для восходящего потока он отрицателен.

Таблица 1

Коэффициенты поглощения радиации водяным паром, углекислым газом и озоном на принятых спектральных участках при $T_0 = 290$ К, $p_0 = 1013,2$ ГПа

Ширина участка λ , мкм	Коэффициент поглощения			Ширина участка λ , мкм	Коэффициент поглощения		
	Водяно-го пара $k_{\lambda 1}$, м ² /кг	Углекислого газа $k_{\lambda 2}$, м ² /кг	Озона $k_{\lambda 3}$, см ⁻¹		Водяно-го пара $k_{\lambda 1}$, м ² /кг	Углекислого газа $k_{\lambda 2}$, м ² /кг	Озона $k_{\lambda 3}$, см ⁻¹
4÷5	0,01	0,09	0	21÷22	5,8	0	0
5÷5,5	4	0	0	22÷23	6,4	0	0
5,5÷6	19,8	0	0	23÷24	7,5	0	0
6÷6,5	9,8	0	0	24÷25	8	0	0
6,5÷7	15,6	0	0	25÷26	5,3	0	0
7÷7,5	4,6	0	0	26÷27	9,3	0	0
7,5÷8	1,28	0	0	27÷28	11,6	0	0
8÷8,5	0,34	0	0	28÷29	13,6	0	0
8,5÷9	0,01	0	0	29÷30	15,2	0	0
9÷12	0,01	0	0,829	30÷31	17,9	0	0
12÷13	0,025	0	0	31÷32	17,9	0	0
13÷14	0,084	0,64	0,15	32÷33	17,9	0	0
14÷15	0,13	0,64	0,15	33÷34	19,8	0	0
15÷16	0,165	0,64	0,15	34÷35	11	0	0
16÷17	0,44	0,64	0	35÷43	200	0	0
17÷18	1,72	0	0	43÷55	200	0	0
18÷19	1,4	0	0	55÷83	500	0	0
19÷20	4,3	0	0	83÷99	500	0	0
20÷21	2,3	0	0				

Кроме того, вместо коэффициента $1/\cos\vartheta$, который в формулах (1) учитывает увеличение массы атмосферы в направлении ϑ , по сравнению с направлением на зенит, принят коэффициент $k_\alpha(\xi)$:

$$k_\alpha(\xi) = \frac{R + h + \xi}{\sqrt{(R + h + \xi)^2 - (R + h)^2 \cos^2 \alpha}},$$

где R – радиус Земли, h – высота расчетной точки над поверхностью земли, ξ – расстояние элементарного слоя толщиной $d\xi$ от расчетной точки. Коэффициент $1/\cos\vartheta$ не учитывает кривизну атмосферы, что вносит существенную ошибку при больших значениях ξ и малых α (рис. 1).

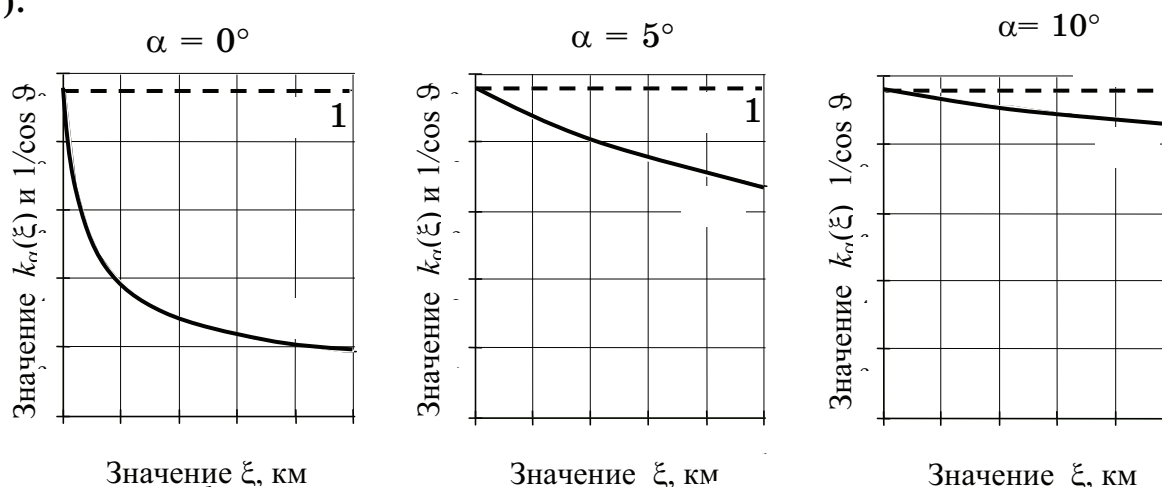


Рисунок 1 - Графики зависимости $k_\alpha(\xi)$ и $1/\cos \vartheta$ при разных значениях α ; $h = 0$.

Определение значений яркостей в зависимости от высоты расчетной точки над поверхностью земли и угла α реализовано в виде пакета m-файлов.

Выводы и перспективы. Разработанный пакет программ предназначен для дальнейшего применения в задачах оптимизации формы энергосберегающих зданий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кондратьев К.Я. Лучистый теплообмен в атмосфере / Под ред. П.Н. Тверского. – Л.: ГИМИЗ, 1956. – 420 с.
2. Матвеев Л.Т. Курия общей метеорологии. Физика атмосферы. – СПб.: ГИМИЗ, 2000. – 778 с.
3. Хргиан А.Х. Физика атмосферы. Том 1. – Л.: Гидрометеиздат, 1978. – 247 с.

Получено 12.03.2006 г.