

ЛІТЕРАТУРА

1. Гольдфайн И.А. Векторный анализ и теория поля. - М.: Физматгиз, 1962. - 132 с.
2. Кантор И.А., Солодовников А.С. Гиперкомплексные числа. - М.: Наука, 1973. - 98 с.
3. Самуль В. И. Основы теории упругости и пластичности. М.: Высшая школа, 1970. - 287 с.
4. Найдиш В.М., Малкіна В.М. Побудова алгебри тривекторів. Прикладна геометрія та інженерна графіка. - К.: КНУБА, 2001. - Вип.68. - С.11-15.
5. Малкіна В.М. Побудова кільця узагальнених три векторів // Праці Таврійської держ. агротех. академії. - Мелітополь: ТДАТА, 2001. - Том 13. - Вип.4. - С. 91-94.
6. Малкіна В.М. Дослідження аналітичних функцій узагальнено-тривекторного аргументу // Праці Таврійської Держ. агротех. академії. - Мелітополь: ТДАТА, 2002. - Том 16. - Вип.4. - С. 69-72.

Получено 11.03.2006 г.

УДК 514.182.7:519.651

В.М.Найдиш, В.В.Спірінцев

**АДАПТИВНА СХЕМА ЛОКАЛЬНОГО ЗГУЩЕННЯ
ТОЧКОВОГО РЯДУ З ЗАДАНИМИ У ВУЗЛАХ
ДОТИЧНИМИ**

Постановка проблеми. Проблема полягає в розробці нової схеми локального згущення точкового ряду з заданими у вузлах дотичними при умові відсутності осциляції.

Аналіз останніх досліджень. В цьому напрямку Верещага В.М. [1, 2] запропонував дві схеми (мультиплікативна, адитивна) розрахунку згущення та отримав результати по одночасному формуванню дискретних неосцилюючих графіків y_i та y_i' . Дані схеми гарантують відсутність осциляції і пропонують проектувальнику максимальні можливості в корекції та пошуку оптимального розв'язку. Однак, ці схеми застосовуються тільки для однозначних ДПК і мають великі похибки, при положеннях дотичних, близьких до вертикальних. Тому вважаємо за необхідне продовження досліджень в цьому напрямку.

© В.М.Найдиш, В.В.Спірінцев, 2006

Формулювання цілей статті. Метою даної статті є отримання основного алгоритму, за яким можна розв'язати задачу дискретної інтерполяції ДПК довільної конфігурації за розробленою адаптивною схемою.

Основна частина. Основною особливістю даної схеми є те, що процес згущення здійснюється в одному напрямку (від меншого кута до більшого), оскільки точка згущення повинна знаходитися на лінії зв'язку нижче нижньої точки перетину дотичних з заданою лінією зв'язку. Інакше можлива поява осциляції. Розглянемо локальне згущення ділянки $(i, i+1)$ ДПК (рис.1), де у вузлах i і $i+1$ задані дотичні y'_i і y'_{i+1} , відповідно. Розіб'ємо ділянку $(i, i+1)$, довжина якої l , на n частин, що утворюють рівномірну сітку з кроком \bar{h} , і на цій сітці побудуємо точки згущення.

Розв'язання поставленої задачі пропонується здійснити наступним чином.

1) Порівнюємо кути α_{i+1} і α_i (рис.1), утворені дотичними y'_{i+1} і y'_i у вузлах $i+1$ і i , відповідно, з вихідною ланкою $(i, i+1)$. Виявляємо менший з них. З боку меншого кута, згідно з рис.1 – α_{i+1} , проводимо промінь α_4 під кутом $\alpha_4 = \arctg(p_4 \cdot \tg\alpha_{i+1})$ до вихідної ланки $(i, i+1)$, де p_4 - деякий коефіцієнт, що залежить від n . В результаті перетину даного променя α_4 з лінією зв'язку $\bar{x} = 3$ одержуємо точку згущення т.3, ордината якої: $\bar{y}_3 = \bar{h} \cdot \tg\alpha_4$. Далі з'єднуємо отриману точку згущення т.3 з вузловою т.0 хордою 0-3, що утворює з вихідною ланкою $(i, i+1)$ кут φ_3 : $\varphi_3 = \arctg\left(\frac{\bar{y}_3}{l - \bar{h}}\right)$; зв'язку $\bar{x} = 3$ одержуємо точку згущення т.3, ордината якої: $\bar{y}_3 = \bar{h} \cdot \tg\alpha_4$. Потім з'єднуємо отриману точку згущення т.3 з вузловою т.0 хордою 0-3, що утворює з вихідною ланкою $(i, i+1)$ кут φ_3 : $\varphi_3 = \arctg\left(\frac{\bar{y}_3}{l - \bar{h}}\right)$;

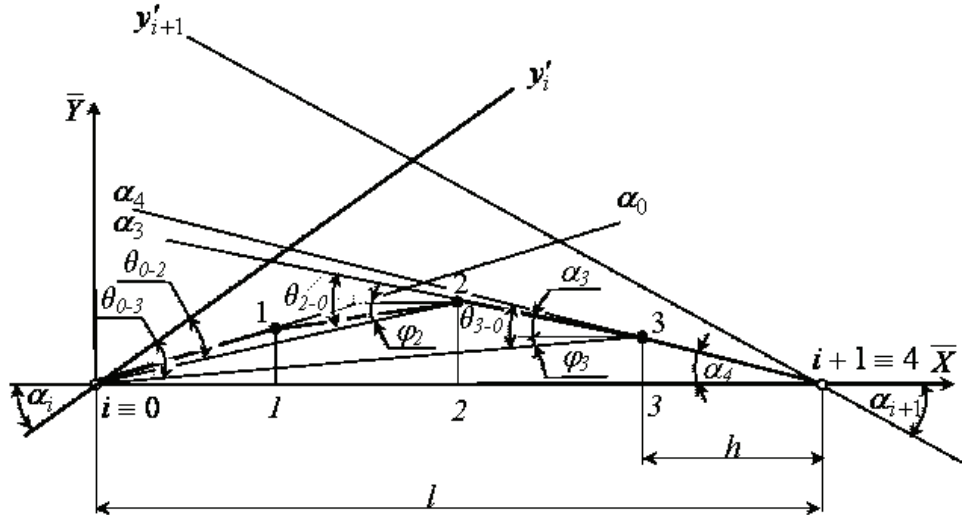


Рис.1. Схема адаптивного згущення при заданих у вузлах дотичних (схема 1)

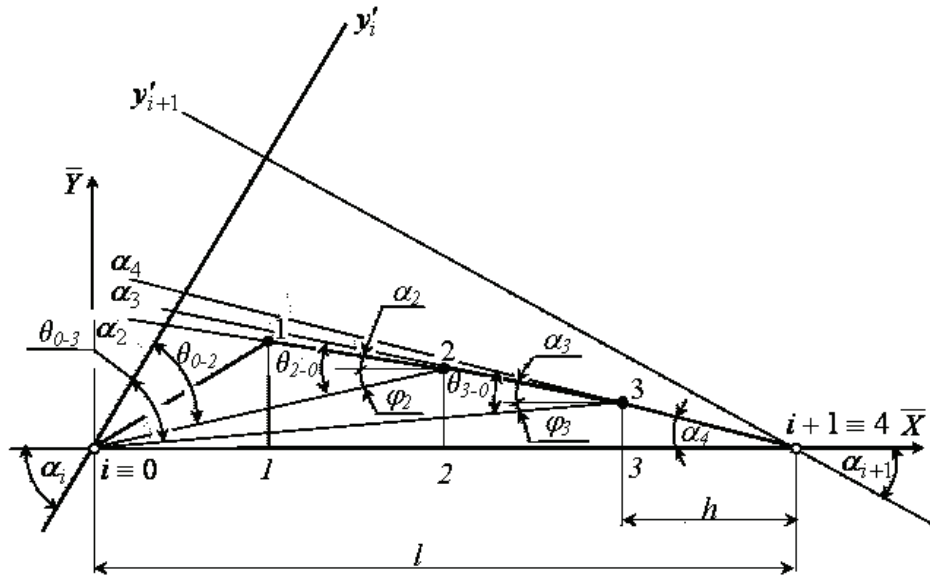


Рис. 2. Схема адаптивного згущення (схема 2)

2) Порівнюємо отримані кути θ_{3-0} і θ_{0-3} , де θ_{3-0} – кут, що утворює хорда 0-3 і промінь α_4 : $\theta_{3-0} = \alpha_4 + \varphi_3$; θ_{0-3} – кут, що утворює хорда 0-3 і дотична y_i' , $\theta_{0-3} = \alpha_i - \varphi_3$. В результаті порівняння даних кутів θ_{3-0} і θ_{0-3} виявляємо менший з них. В нашому випадку, згідно з рис.1 $\theta_{3-0} < \theta_{0-3}$. Продовжуємо згущувати з боку меншого кута θ_{3-0} згідно з пунктом 1): проводимо промінь α_3 з отриманої раніше точки згущення т.3 під кутом $\alpha_3 = \arctg(p_3 \cdot \operatorname{tg} \alpha_{i+1})$ до вихідної ланки $(i, i+1)$, де p_3 – деякий коефіцієнт. В результаті перетину даного променя α_3 з

лінією зв'язку $\bar{x} = 2$ одержуємо точку згущення т.2. З'єднуємо отриману точку згущення т.2 з вузловою т.0 хордою 0-2, що утворює з вихідною ланкою $(i, i+1)$ кут φ_2 : $\varphi_2 = \arctg\left(\frac{\bar{y}_2}{l-2\bar{h}}\right)$, де $\bar{y}_2 = y_3 + \bar{h} \cdot \text{tg}\alpha_3$ – ордината точки згущення т.2. Повертаємося до початку пункту 2), тобто порівнюємо отримані кути θ_{2-0} і θ_{0-2} , де θ_{2-0} – кут, що утворює хорда 0-2 і промінь α_3 , $\theta_{2-0} = \alpha_3 + \varphi_2$; θ_{0-2} – кут утворений між хордою 0-2 і дотичною y'_i , $\theta_{0-2} = \alpha_i - \varphi_2$. Виявляємо менший з них. В результаті одержуємо дві схеми: згідно з рис.1 $\theta_{0-2} < \theta_{2-0}$ – схема 1; згідно з рис.2 $\theta_{0-2} > \theta_{2-0}$ – схема 2.

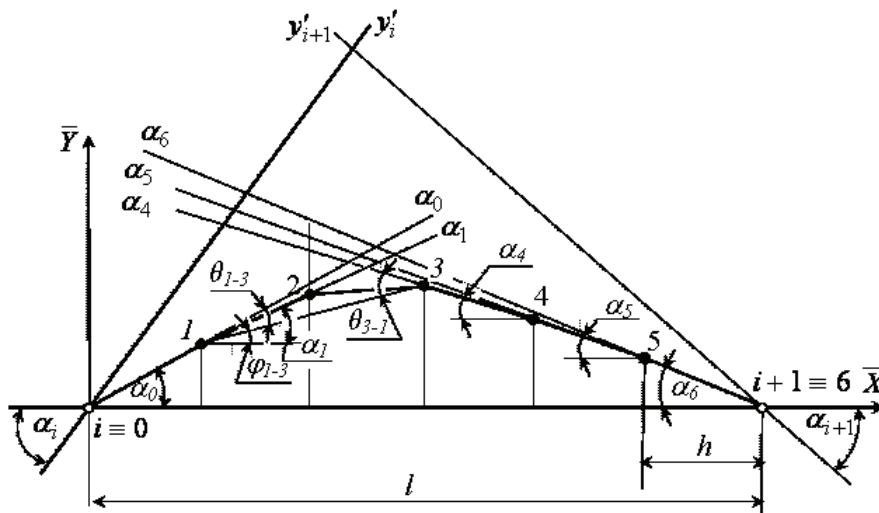


Рис. 3. Схема адаптивного згущення (схема 3)

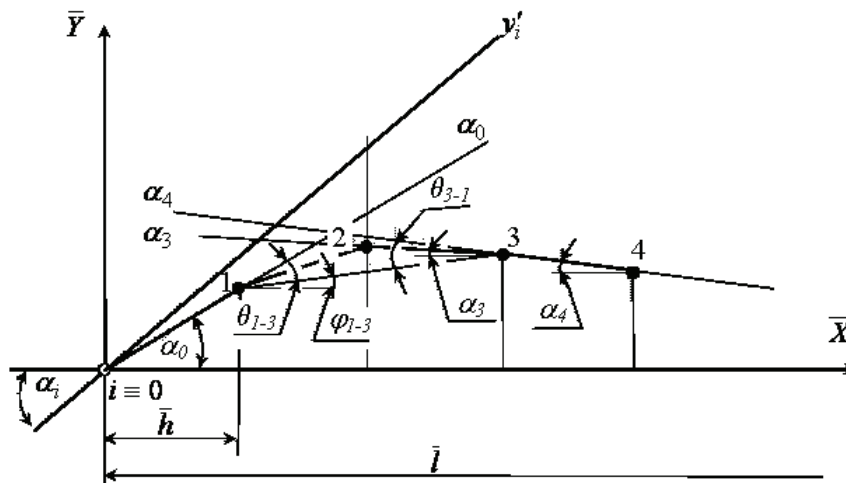


Рис. 4. Фрагмент деякої ділянки (схема 4)

Виходячи з основної особливості, відзначеної раніше, даної адаптивної схеми, як в першому випадку (рис.1), так і в другому (рис.2) процес згущення продовжується з боку меншого кута: $\theta_{0.2}$ – рис.1, $\theta_{2.0}$ – рис.2. В першому випадку (рис.1) проводимо промінь α_0 з вузлової точки i під кутом $\alpha_0 = \arctg(p_0 \cdot \tg\alpha_i)$ до вихідної ланки, де $p_0 = p_4$ - деякий коефіцієнт. В результаті перетину даного променя α_0 з лінією зв'язку $\bar{x} = 1$ одержуємо точку згущення т.1, ордината якої $\bar{y}_1 = \bar{h} \cdot \tg\alpha_0$. В другому випадку (рис.2) проводимо промінь α_2 з отриманої точки згущення т.2 під кутом $\alpha_2 = \arctg(p_2 \cdot \tg\alpha_{i+1})$ до вихідної ланки $(i, i+1)$, де p_2 - деякий коефіцієнт. В результаті перетину даного променя α_2 з лінією зв'язку $\bar{x} = 1$ одержуємо точку згущення т.1, ордината якої $\bar{y}_1 = y_2 + \bar{h} \cdot \tg\alpha_2$.

Зауважимо, що довільну ланку отриманої СЛЛ (наприклад 0-1) можна взяти в якості вихідної і згустити її додатково за тим же самим алгоритмом. Вказані побудови характеризують локальність методу та можливість застосування його до корекції розв'язку.

Можливі й інші варіанти отримання розв'язку поставленої задачі. Розглянемо рис. 3. Основна особливість даної схеми 3 (рис. 3) полягає у побудові точки згущення т.2, оскільки всі інші точки згущення т.1, т.3, т.4 і т.і., будуються відповідно до розглянутої вище методики (схема 1). Для побудови т.2 необхідно визначитися з напрямком згущення, тобто з якої точки згущення (т.1 чи т.3) будемо проводити промінь α який в результаті перетину з лінією зв'язку $\bar{x} = 2$ і дасть шукану точку згущення т.2. Для цього з'єднуємо отримані раніше точки згущення т.1 і т.3 хордою 1-3, що утворює з вихідною ланкою $(i, i+1)$ кут φ_{1-3} : $\varphi_{1-3} = \arctg\left(\frac{(\bar{y}_3 - \bar{y}_1)}{2\bar{h}}\right)$. Далі порівнюємо отримані кути $\theta_{3.1}$ і $\theta_{1.3}$, де $\theta_{3.1}$ – кут, що утворюється між хордою 1-3 і променем α_4 : $\theta_{3.1} = \alpha_4 + \varphi_{1-3}$; $\theta_{1.3}$ – кут, що утворюється між хордою 1-3 і променем α_0 , $\theta_{1.3} = \alpha_0 - \varphi_{1-3}$. Виявляємо менший з них. В результаті одержуємо дві схеми: згідно з рис. 3 – $\theta_{1.3} < \theta_{3.1}$ (схема 3); згідно з рис.4 – $\theta_{3.1} < \theta_{1.3}$ (схема 4).

Як у випадку рис. 3, так і у випадку рис.4 процес згущення продовжується з боку меншого кута: $\theta_{1,3}$ – рис. 3, $\theta_{3,1}$ – рис. 4. У випадку рис. 3 проводимо промінь α_1 з отриманої раніше точки згущення т.1 під кутом $\alpha_1 = \arctg(p_1 \cdot \tg\alpha_i)$ до вихідної ланки $(i, i+1)$, де p_1 – деякий коефіцієнт. В результаті перетину даного променя α_1 з лінією зв'язку $\bar{x} = 2$ одержуємо точку згущення т.2, ордината якої $\bar{y}_2 = \bar{y}_1 + \bar{h} \cdot \tg\alpha_1$. У випадку рис.4 проводимо промінь α_3 з отриманої точки згущення т.3 під кутом $\alpha_3 = \arctg(p_3 \cdot \tg\alpha_{i+1})$ до вихідної ланки $(i, i+1)$, де p_3 – деякий коефіцієнт. В результаті перетину даного променя α_3 з лінією зв'язку $\bar{x} = 2$ одержуємо точку згущення т.2, ордината якої: $\bar{y}_2 = \bar{y}_3 + \bar{h} \cdot \tg\alpha_3$.

3) З'єднуємо отримані точки згущення ланками СЛЛ.

Відзначимо, що можливі різні комбінації запропонованих схем в процесі здійснення процесу згущення.

На підставі викладеної методики проведення процесу локального згущення деякої ділянки $(i, i+1)$ ДПК, де у вузлах i і $i+1$ задані дотичні y'_i і y'_{i+1} , відповідно, був складений наступний загальний алгоритм згущення.

1) Порівнюємо кути α_{i+1} і α_i , утворені дотичними y'_{i+1} і y'_i у вузлах $i+1$ і i , відповідно, з вихідною ланкою $(i, i+1)$. Виявляємо менший з них.

2) Визначаємо кут, утворений вихідним променем з вихідною ланкою $(i, i+1)$:

– якщо працює схема 1 (рис. 1), кут визначаємо згідно з (1), (2), то

$$\alpha_s = \arctg(p_s \cdot \tg\alpha_{i+1}), s = \overline{2;n}, \quad (1)$$

де p – деякий коефіцієнт, що залежить від числа розбивок n вихідної ланки $(i, i+1)$;

α_{i+1} – менший з кутів, утворених дотичними у вузлах з вихідною ланкою.

$$\alpha_s = \arctg(p_s \cdot \tg\alpha_i), \quad s = \overline{0;n-1}, \quad (2)$$

Тут α_i – більший з кутів, що утворені дотичними у вузлах з вихідною ланкою.

– якщо працює схема 2 (рис.2), кут визначаємо згідно з (3),

$$\alpha_s = \arctg(p_s \cdot tg\alpha_{i+1}), s = \overline{1;n}, \quad (3)$$

3) Визначаємо ординату точки згущення:

– якщо працює схема 1, ордината точки згущення визначається згідно з (4)-(6)

$$\bar{y}_{s-1} = \bar{h} \cdot tg\alpha_s, s = n, \quad (4)$$

$$\bar{y}_s = \bar{y}_{s+1} + \bar{h} \cdot tg\alpha_{s+1}, s = \overline{2;n-1}, \quad (5)$$

$$\bar{y}_{s+1} = \bar{h} \cdot tg\alpha_s, s = 0. \quad (6)$$

– якщо працює схема 2 – згідно з (4), (7)

$$\bar{y}_s = \bar{y}_{s+1} + \bar{h} \cdot tg\alpha_{s+1}, s = \overline{1;n-1}. \quad (7)$$

– якщо працює схема 3 - згідно з (4) - (6), (8)

$$\bar{y}_{s+1} = \bar{y}_s + \bar{h} \cdot tg\alpha_s, s = \overline{1;n-1}. \quad (8)$$

– якщо працює схема 4 – згідно з (4)-(8).

4) Визначаємо кут нахилу отриманої хорди з вихідною ланкою

– якщо працює схема 1-2 - згідно з (9)

$$\varphi_s = \arctg\left(\frac{\bar{y}_s}{(\bar{l} - s \cdot \bar{h})}\right), s = \overline{2;n}, \quad (9)$$

– якщо працює схема 3-4 - згідно з (9), (10)

$$\varphi_{k-m} = \arctg\left(\frac{\bar{y}_m - \bar{y}_k}{(m-1) \cdot \bar{h}}\right), \quad (10)$$

де k, m – індекси точок згущення, що з'єднані хордою.

5) Визначаємо кути θ :

– якщо працює схема 1-2 - згідно з (11)

$$\begin{aligned} \theta_{s-i} &= \alpha_s + \varphi_s, s = \overline{2;n-1}, \\ \theta_{i-s} &= \alpha_i - \varphi_s, s = \overline{2;n-1}, \end{aligned} \quad (11)$$

де i – індекс вузла, що відповідає більшому з кутів, утвореному дотичною в даному вузлі і вихідною ланкою.

– якщо працює схема 3-4 , то згідно з (11), (12)

$$\begin{aligned} \theta_{k-m} &= \alpha_{k-1} - \varphi_{k-m}, \\ \theta_{m-k} &= \alpha_{m+1} + \varphi_{k-m}. \end{aligned} \quad (12)$$

б) Порівнюємо кути θ і виявляємо менший (для вибору схеми згущення) і повертаємося до пункту 2) .

Однак у проведених дослідженнях не була вирішена задача вибору необхідного коефіцієнта p . Вирішенню даного питання і будуть присвячені подальші дослідження.

Висновки. Згідно з проведеними дослідженнями було розв'язано задачу дискретного інтерполяції ДПК довільної конфігурації з заданими у вузлах дотичними при умові відсутності осциляції на основі розробленої адаптивної схеми локального згущення точкового ряду.

ЛІТЕРАТУРА

1. Верещага В.М. Дискретно-параметрический метод геометрического моделирования кривых линий и поверхностей: Дисс. ... д-ра техн. наук: 05.01.01. – Мелитополь, 1996. – 320 с.
2. Верещага В.М. Формирование производных в узлах плоской дискретно представленной кривой // Мелитоп. ин-т механиз. с. хоз-ва. – Мелитополь, 1994. Деп. в ГНТБ Украины 22.02.1994, №337 – Ук 94.

Получено 13.03.2006 г.

УДК 681. 327.1

М.П. Осипов, С.И. Ротков

ОПТИМИЗАЦИЯ РАБОТЫ АЛГОРИТМА ПРЯМОГО ПОСТРОЕНИЯ ТРИАНГУЛЯЦИИ ДЕЛОНЕ

Постановка проблемы. Триангуляцией называется планарный граф, все внутренние области которого являются треугольниками [2]. Построение триангуляции широко применяется в машиностроении, медицине, археологии, в области мультимедиа, в геоинформационных системах и т.д.

Поскольку задача построения триангуляции по набору точек является неоднозначной, необходимо выбрать из набора различных триангуляционных разбиений лучшее разбиение. В качестве оптимальной на практике обычно используют триангуляцию, удовлетворяющую теореме Делоне о пустом шаре [1]:

© М. П. Осипов, С. И. Ротков, 2006