

3 (369). – Николаїв: УДМТУ. – 2000. – С. 103–111.

7. Борисенко В.Д., Устенко С.А. Геометричне моделювання лопаток осьових турбін // Збірник наукових праць № 1 (373). – Николаїв: УДМТУ. – 2001. - С. 70–82.

8. Борисенко В.Д., Устенко С.А. Профілювання лопаток осьових турбін // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2001. – С. 63–66.

9. Левенберг В.Д., Борисенко В.Д., Гильмутдинов Л.А. Аналитическое профилирование турбинных решеток для системы автоматизированного проектирования. – Николаев: НКИ, 1980. – 52 с.

10. Самойлович Г.С. Гидроаэромеханика. – М.: Машиностроение, 1980. – 280 с.

Получено 19.03.2006 г.

УДК 515.2:621.83

И.А.Бочарова

ИНТЕРАКТИВНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЕЙ ЗУБЬЕВ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

Постановка проблемы. Зубчатые передачи всегда были неотъемлемой частью различной продукции машиностроительного комплекса. Поэтому задачи, связанные с усовершенствованием, ускорением процесса создания новых передач являются актуальными.

Анализ основных исследований и публикаций. В работе [1] рассмотрено современное состояние теории зацеплений и предложен новый метод образования профилей зубьев. В работе [2] разработан автоматизированный способ формирования сопряженных криволинейных поверхностей и его применение к оценке состояния режущей кромки инструмента. В работе [3] рассмотрен вопрос автоматизации процесса формирования геометрических моделей винтовых криволинейных поверхностей.

© И.А.Бочарова, 2006

Анализируя состояние и направление работ, по исследованию цилиндрических зубчатых передач, можно сделать вывод о возрастающей в последние годы интенсивности работ в этом направлении, о

научном интересе к определению путей повышения характеристик зубчатых передач.

Формулировка цели статьи (постановка задачи). Используя средства компьютерной техники, можно не только получать и анализировать форму профиля, но и управлять формой исходного контура производящей поверхности прямо на мониторе. В предыдущих работах этот вопрос не рассматривался. Поэтому целью статьи является разработка аппарата интерактивного управления формой кривых, описывающих рабочие участки зубьев колес цилиндрических передач, а так же формой линии зацепления в зависимости от целенаправленного изменения исходного контура производящей поверхности реечного типа.

Основная часть. Рассмотрим нарезание цилиндрических зубчатых передач общего вида инструментом реечного типа. Исходный контур режущего инструмента может быть задан произвольной кривой, например, эвольвентой, дугой окружности, циклоидой или любой гладкой кривой. В качестве такой кривой выберем кривую Безье третьего порядка. Если задать продольную форму зуба плоской кривой, произвольно расположенной в пространстве, то уравнение обобщенной производящей поверхности будет иметь вид:

$$\begin{aligned}x_n &= f_1(\lambda, x_0, x_1, x_2, x_3); \\y_n &= y_n(\mu) + f_2(\lambda, y_0, y_1, y_2, y_3) \cos \beta; \\z_n &= z_n(\mu) - f_2(\lambda, y_0, y_1, y_2, y_3) \sin \beta.\end{aligned}\tag{1}$$

где $f_1(\lambda, x_0, x_1, x_2, x_3)$, $f_2(\lambda, y_0, y_1, y_2, y_3)$ – произвольные, необходимое число раз дифференцируемые функции;

$$f_1(\lambda, x_0, x_1, x_2, x_3) = (1-\lambda)^3 x_0 + 3(1-\lambda)^2 \lambda x_1 + 3(1-\lambda) \lambda^2 x_2 + \lambda^3 x_3;$$

$$f_2(\lambda, y_0, y_1, y_2, y_3) = (1-\lambda)^3 y_0 + 3(1-\lambda)^2 \lambda y_1 + 3(1-\lambda) \lambda^2 y_2 + \lambda^3 y_3.$$

Здесь x_0, y_0, x_3, y_3 , x_1, y_1, x_2, y_2 – координаты опорных точек P_0, P_3 и управляющих точек P_1, P_2 кривой Безье; λ – переменная величина; $y_n(\mu)$, $z_n(\mu)$ – необходимое число раз дифференцируемые функции по аргументу μ ; λ и μ – переменные величины; β – угол наклона зубьев.

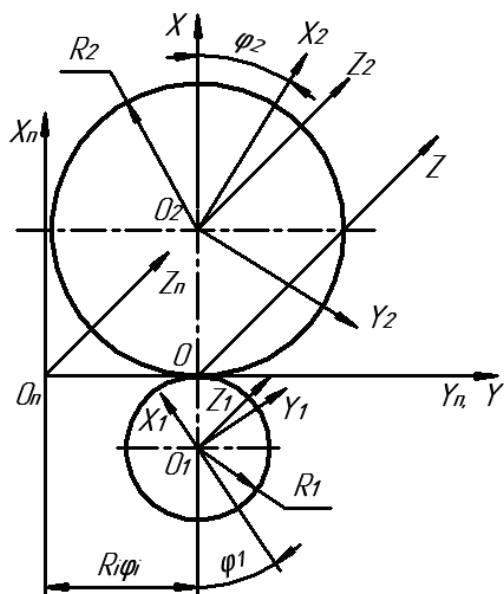


Рис. 1 - Системы координат

Для исследования станочного зацепления, т.е. зацепления инструментальной рейки с нарезаемым колесом, введем дополнительные системы координат (рис. 1): S_1 - система координат, связанная с ведущим зубчатым колесом (шестерней); S_2 - система координат, связанная с ведомым зубчатым колесом; S - неподвижная система координат.

Начальный цилиндр заготовки перекачивается по начальной плоскости производящей поверхности. Плоскость $Y_n O_n Z_n$ является начальной плоскостью рейки, плоскость YOZ совпадает с плоскостью $Y_n O_n Z_n$, при этом ось OZ совпадает с полюсной прямой. Ось OY совпадает с осью $O_n Y_n$. Плоскость YOX проходит через среднее торцевое сечение передачи. Оси $O_1 Z_1$ и $O_2 Z_2$ являются осями вращения нарезаемых колес и параллельные оси OZ . R_1 и R_2 - радиусы начальных цилиндров, а φ_1 и φ_2 - углы поворота шестерни и колеса. В дальнейшем индексом «1» будем обозначать элементы, которые относятся к шестерне, индексом «2» - элементы, которые относятся к колесу. При повороте заготовки на угол φ_i производящая поверхность переместится на величину $R_i \varphi_i$.

Переход от одной системы координат к другой будем осуществлять матричным способом. Для выполнения поставленных целей нам понадобятся следующие матрицы перехода:

- матрица перехода от системы координат S_n к S будет иметь вид:

$$M_{0n} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -R_i \varphi_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (2)$$

- матрица перехода от системы координат S к S_i :

$$M_{i0} = \begin{vmatrix} \cos \varphi_i & \mp \sin \varphi_i & 0 & \pm R_i \cos \varphi_i \\ \pm \sin \varphi_i & \cos \varphi_i & 0 & R_i \sin \varphi_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (3)$$

- обратная матрица перехода от системы координат S_i к S_n :

$$M_{ni} = \begin{vmatrix} \cos \varphi_i & \pm \sin \varphi_i & 0 & \mp R_i \\ \mp \sin \varphi_i & \cos \varphi_i & 0 & R_i \varphi_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (4)$$

- производная матрицы (3) по параметру φ_i :

$$\frac{dM_{in}}{d\varphi_i} = \begin{vmatrix} -\sin \varphi_i & \mp \cos \varphi_i & 0 & \pm R_i \cos \varphi_i \\ \pm \cos \varphi_i & -\sin \varphi_i & 0 & R_i \sin \varphi_i \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (5)$$

Здесь $i=1$ для шестерни, $i=2$ для колеса; верхний знак соответствует шестерни, нижний – колесу.

Применяя матрицу (2) для преобразования координат поверхности (1), получаем в неподвижной системе координат S уравнение производящей поверхности в параметрическом виде:

$$\begin{aligned} x &= f_1(\lambda, x_0, x_1, x_2, x_3); \\ y &= y_n(\mu) + f_2(\lambda, y_0, y_1, y_2, y_3) \cos \beta - R_i \varphi_i; \\ z &= z_n(\mu) - f_2(\lambda, y_0, y_1, y_2, y_3) \sin \beta. \end{aligned} \quad (6)$$

Уравнение станочного зацепления производящей поверхности с нарезаемым колесом [4]:

$$F_i = \bar{V}^{ni} \cdot \bar{e}_n = 0, \quad (7)$$

где \bar{V}^{ni} – относительная скорость в станочном зацеплении производящей поверхности с нарезаемым колесом [5], \bar{e}_n – единичный вектор нормали.

Относительная скорость в станочном зацеплении производящей поверхности с нарезаемым колесом определяется по формуле:

$$\bar{V}^{ni} = M_{ni} \frac{dM_{in}}{d\varphi_i} \bar{r}_n, \text{ где } \bar{r}_n \text{ - уравнение производящей поверхности в общем виде. Единичный вектор нормали:}$$

$$e_{xn} = -\sin \alpha; \quad e_{yn} = \cos \alpha \cos \beta; \quad e_{zn} = -\cos \alpha \sin \beta, \quad (8)$$

где α - профильный угол инструмента:

$$\sin \alpha = \frac{f_2'(\lambda, y_0, y_1, y_2, y_3)}{\sqrt{\left[f_1'(\lambda, x_0, x_1, x_2, x_3) \right]^2 + \left[f_2'(\lambda, y_0, y_1, y_2, y_3) \right]^2}};$$

$$\cos \alpha = \frac{f_1'(\lambda, x_0, x_1, x_2, x_3)}{\sqrt{\left[f_1'(\lambda, x_0, x_1, x_2, x_3) \right]^2 + \left[f_2'(\lambda, y_0, y_1, y_2, y_3) \right]^2}}.$$

где $f_1'(\lambda, x_0, x_1, x_2, x_3) = 3(1-\lambda)^2(x_1 - x_0) + 6(1-\lambda)\lambda(x_2 - x_1) + 3\lambda^2(x_3 - x_2)$,
 $f_2'(\lambda, y_0, y_1, y_2, y_3) = 3(1-\lambda)^2(y_1 - y_0) + 6(1-\lambda)\lambda(y_2 - y_1) + 3\lambda^2(y_3 - y_2)$ -
 производные функций $f_1(\lambda, x_0, x_1, x_2, x_3)$ и $f_2(\lambda, y_0, y_1, y_2, y_3)$ по λ .

Учитывая (4), (5) и (1) имеем:

$$\bar{V}^{ni} = [\mp y_n(\mu) \mp f_2(\lambda, y_0, y_1, y_2, y_3) \cos \beta \pm R_i \varphi_i] \cdot \bar{i} \pm f_1(\lambda, x_0, x_1, x_2, x_3) \cdot \bar{j}. \quad (9)$$

Подставляя в (7) значения (8) и (9), получаем уравнение поверхности станочного зацепления в виде:

$$F_i = [\pm y_n(\mu) \pm \Omega_2 \cos \beta \mp R_i \varphi_i] \cdot \sin \alpha = 0, \quad (10)$$

где $\Omega_2 = \Omega_1 + f_2(\lambda, y_0, y_1, y_2, y_3)$; $\Omega_1 = \frac{f_1(\lambda, x_0, x_1, x_2, x_3) f_1'(\lambda, x_0, x_1, x_2, x_3)}{f_2'(\lambda, y_0, y_1, y_2, y_3)}$.

Уравнения (6) и (10) определяют поверхность станочного зацепления, т.е. геометрическое место точек, в которых происходит контакт производящей поверхности и нарезаемой поверхности. Если исключить из этих уравнений один из параметров, например φ_i , то получим уравнение поверхности станочного зацепления в параметрическом виде:

$$x = f_1(\lambda, x_0, x_1, x_2, x_3); \quad y = -\Omega_1 \cos \beta; \quad z = z_n(\mu) - f_2(\lambda, y_0, y_1, y_2, y_3) \sin \beta. \quad (11)$$

При $z = \text{const}$ уравнения (11) определяют линию станочного зацепления в торцевой плоскости.

Для того, чтобы определить уравнения поверхностей зубьев нарезаемых колес необходимо представить уравнения поверхности станочного зацепления в системах координат S_1 и S_2 . для этого необходимо воспользоваться матрицей перехода M_{i0} (3), тогда уравнения (11) в системе координат S_i будет равным:

$$\begin{aligned} x_i &= [f_1(\lambda, x_0, x_1, x_2, x_3) \pm k_i] \cos \varphi_i \pm \Omega \cos \beta \sin \varphi_i; \\ y_i &= [k_i \pm f_1(\lambda, x_0, x_1, x_2, x_3)] \sin \varphi_i - \Omega_1 \cos \beta \cos \varphi_i; \\ z_i &= z_n(\mu) - f_2(\lambda, y_0, y_1, y_2, y_3) \sin \beta. \end{aligned} \quad (12)$$

При $\beta = 0$ получим уравнение прямозубой цилиндрической передачи.

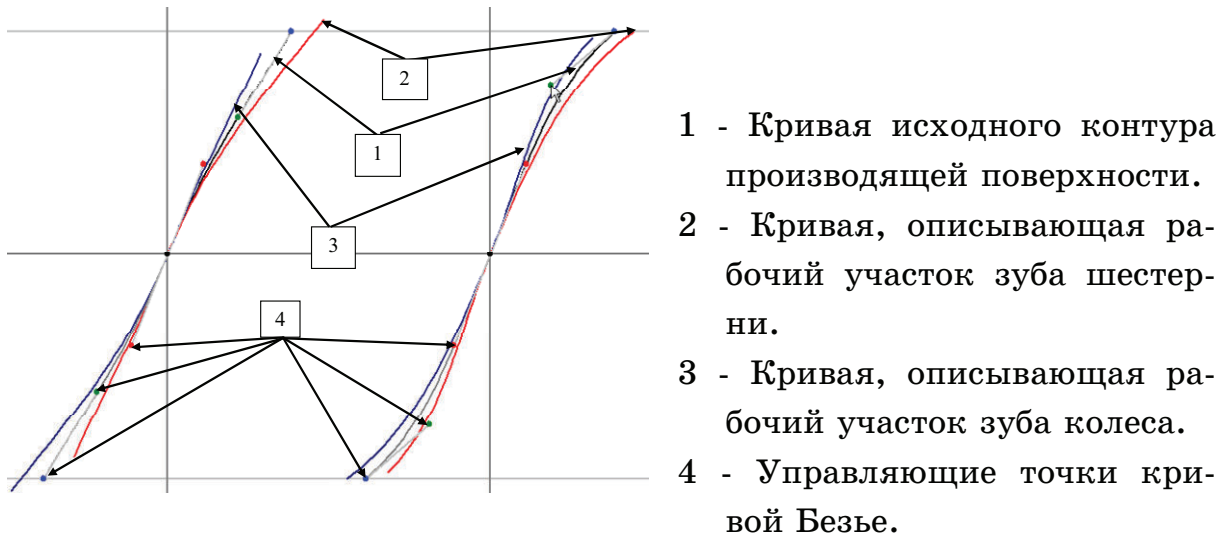


Рисунок 2

Используя приведенную выше методику, была разработана программа «Синтез», которая позволяет с помощью курсора, непосредственно на экране монитора, управлять: геометрией исходного контура производящей поверхности, формой рабочих участков кривых, описывающих зубья шестерни и колеса в нормальном сечении, формой линии зацепления, которая представляет собой геометрическое место точек контакта шестерни, колеса и производящей поверхности реечного типа в заданном сечении. На рис.2 показана копия экрана монитора с соответствующими пояснениями. На этом рисунке видно, что при изменении кривой исходного контура производящей поверхности 1 с помощью управляющих точек 4 кривой Безье, происходит изменение кривых, описывающих рабочий участок зубьев шестерни и колеса. На рис.3 показано три положения кривых, полученных в процессе обкатки шестерни, колеса и производящей поверхности.

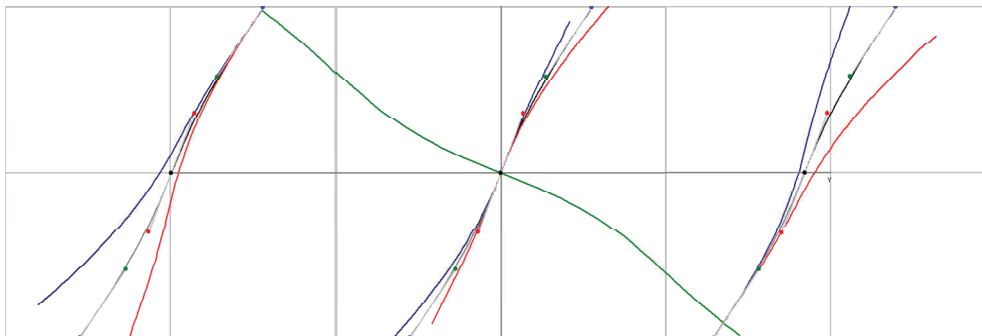


Рисунок 3

Выводы. Получены функциональные зависимости для определения уравнения производящей поверхности станочного зацепления, на основе которых разработан аппарат интерактивного управления формой кривых, описывающих рабочие участки зубьев колес цилиндрических передач, а так же формой линии зацепления в зависимости от целенаправленного изменения исходного контура производящей поверхности реечного типа. Результаты работы можно использовать при разработке методики синтеза зубчатых передач.

ЛИТЕРАТУРА

3. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100 с.
4. Иванова И.С. Геометрическое моделирование сопряженных поверхностей и автоматизированный контроль состояния инструмента: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. 05.01.01/Мелитополь. 2002. – 19 с.
5. Павлычко А.В. Комплексное геометрическое моделирование сопряженных не линейчатых поверхностей без интерференции на базе современной компьютерной технологии: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. 05.01.01/Мелитополь. 2003. – 19 с.
6. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. - М.: Наука, 1968. – 584 с.
7. Дусев И.И. Связь между геометрическими и кинематическими параметрами высшей кинематической пары // Изв. Северо-Кавказского научного центра высшей школы. – 1973. - №3. – С. 28-32.

Получено 17.03.2006 г.