

6. Perlin K. An Image Synthesizer. // Computer Graphics. – 1985. - 19 (3). - P. 287 - 296.
7. Ramires A. Billboarding tutorial // <http://www.lighthouse3d.com/opengl/billboarding/> - 2001.

Получено 06.04.2006 г.

УДК 004.93

А.М. Ахметшин, Б.С. Бусыгин, В.А. Бойко  
**НОВЫЙ МЕТОД ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНВАРИАНТНЫХ К  
 ВЛИЯНИЮ ПОВОРОТА ХАРАКТЕРИСТИК ИЗОБРАЖЕНИЙ В  
 ДЕКАРТОВОЙ  
 СИСТЕМЕ КООРДИНАТ**

**Постановка проблемы.** Проблема определения инвариантных к влиянию поворота характеристик изображений объектов является одной из основных в задачах распознавания образов [1] и компьютерного видения [2]. Для решения этой проблемы было разработано несколько подходов. Один из наиболее распространенных методов базируется на идее вычисления инвариантных к влиянию поворота моментов путем разложения анализируемого изображения  $s(x, y)$  в базисе радиальных полиномов Цернике [3].

**Анализ последних исследований.** Моменты Цернике являются проекциями анализируемой функции  $s(x, y)$  на полиномы Цернике

$$z_{nm} = [(n+1)/\pi] \iint_U s(x, y) V_{nm}^*(x, y) dx dy \quad . \quad (1)$$

Полиномы Цернике  $V_{nm}^*$  представляют собой неограниченный ряд полиномов ортогональных на единичной окружности  $U: x^2 + y^2 \leq 1$  т.е.

$$\iint_U V_{pq}(x, y) V_{nm}^*(x, y) dx dy = \frac{\pi}{n+1} \delta_{pn} \delta_{qm} \quad , \quad (2)$$

при условии, что

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1, i = j, \\ 0, i \neq j. \end{cases}$$

(3)

© А.М. Ахметшин, Б.С. Бусыгин, В.А. Бойко, 2006

Ортогональность моментов Цернике обеспечивает их важное свойство, а именно - амплитуда моментов Цернике является инвариантной к влиянию поворота, что и обуславливает их широкое использование в задачах классификации, как правило бинарных изображений [4]. При вычислении моментов Цернике для данного изображения, его центр принимается точкой начала координат, а координаты пикселей отображаются на сетку, которая соответствует единичному кругу, другими словами, при вычислении моментов используются только те пикселы, для которых выполняется условие  $x^2 + y^2 \leq 1$ . С прикладной точки зрения это обстоятельство приводит к возникновению двух проблем: поиск центра изображения и необходимость перехода из декартовой системы в полярную систему координат.

Первого недостатка лишен метод преобразования Фурье-Меллина, так же обеспечивающий инвариантность к влиянию поворота анализируемого изображения. Преобразование Фурье-Меллина является спектральным преобразованием вида [5]

$$F(w_x, w_y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} s(e^\xi, e^\eta) e^{-2i\pi(w_x \xi + w_y \eta)} d\xi d\eta, \quad (4)$$

где  $s(e^\xi, e^\eta)$  - начальное изображение, переведенное из декартовой системы координат в полярную.

**Нерешенные проблемы.** Таким образом, оба метода требуют перехода из декартовой системы, в полярную систему координат.

Соотношение между декартовыми и полярными координатами рассчитывается по формулам:

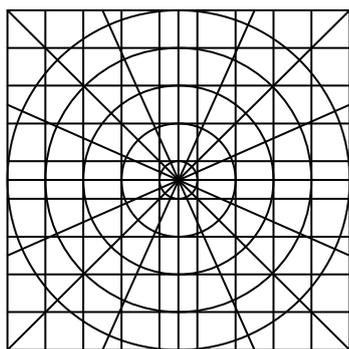
$$\rho = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \varphi = \text{arctg}(y/x).$$

(5)

Поскольку изображение представляется в пиксельном виде, то переход от декартовой к полярной системе координат вызывает ряд

сложностей. Пиксельное изображение представляет собой матрицу  $N \times N$  элементов, которые при превращении в полярную систему координат разбиваются на  $N$  секторов и  $N$  колец (рис.1). В  $i$ -м контуре декартовой системы координат находится  $8 \cdot i$  пикселей. И так, в кольце радиуса  $i$  окажется заполненными  $8 \cdot i$  секторов, а  $N - 8 \cdot i$  останутся не заполненными. Выходом из этой ситуации может явиться соотнесение одного пикселя к нескольким секторам, которые его покрывают (рис.2), но для больших изображений это служит причиной огромного количества вычислений и возможного возникновения артефактов.

**Целью данной работы** является демонстрация нового, простого и эффективного метода вычисления инвариантных к влиянию поворота характеристик изображений, не требующего ни предварительного определения центра анализируемого изображения, ни перехода в полярную систему координат.



1

Рис.1 - Разбиение матрицы изображения на кольца и сек-

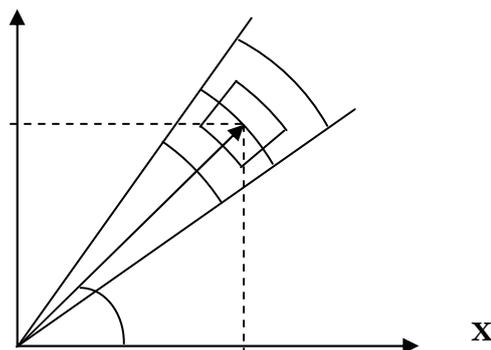


Рис.2 - Представление пикселя в полярной системе координат

**Решение проблемы.** Новый метод выделения инвариантной к влиянию поворота характеристики изображения базируется на вычислениях в спектральной области и включает в себя два этапа.

1. Вычисляются две спектральные характеристики анализируемого изображения  $s(x, y)$  на основе использования преобразования Фурье, но отдельно для координаты  $x$  и координаты  $y$ , т.е.

$$S(x, f_y) = \int s(x, y) e^{-j2\pi f_y y} dy \quad , \quad (6)$$

$$S(f_x, y) = \int s(x, y) e^{-j2\pi f_x x} dx . \quad (7)$$

2. Вычисление результирующей интегральной спектральной характеристики на основе использования выражения

$$Z(f_x, f_y) = |S(f_x, y) + S(x, f_y)| \quad .$$

(8)

Здесь необходимо дать качественные пояснения, почему характеристика  $Z(f_x, f_y)$  является инвариантной к влиянию поворота изображения. Дело в том, что зависимости  $S(x, f_y)$  и  $S(f_x, y)$  представляют собой «спектральные катеты», т.е. они зависят от угла ориентации изображения, но зависимость  $Z(f_x, f_y)$  представляет собой «спектральную гипотенузу» и, следовательно, не зависит от угла поворота (некоторый аналог теоремы Пифагора, но в спектральной области). На рис.3 представлены результаты численного моделирования на примере простого объекта (рис.3а), дающего, однако, достаточное представление о информационных возможностях нового метода.

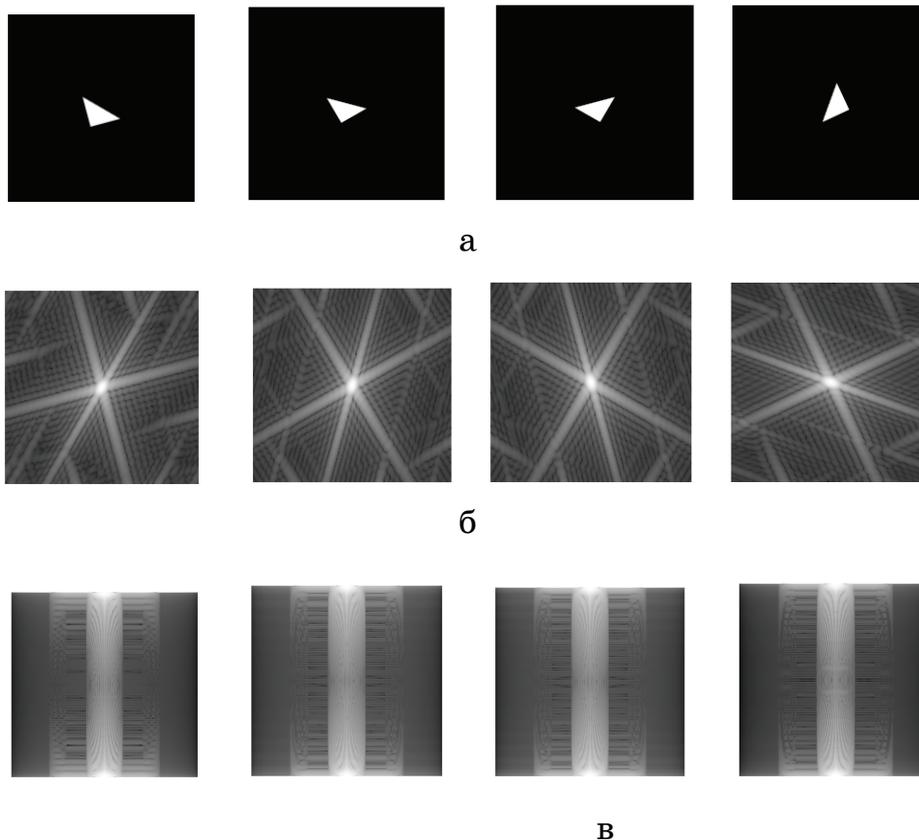


Рис. 3 - Результаты численного моделирования: а – моделируемый объект для углов поворота  $\theta$  равных 15, 30, 60 и 115 градусов

соответственно; б – энергетический Фурье-спектр  $S(f_x, f_y)$ ; в –  $Z_\theta(f_x, f_y)$ .

Из рассмотрения  $S(f_x, f_y)$  на рис.3б для различных углов ориентации  $\theta$  видно, что двумерный энергетический Фурье-спектр поворачивается в спектральной плоскости на угол, соответствующий повороту моделируемого объекта, т.е. он не обладает инвариантностью к повороту, тогда как характеристики  $Z(f_x, f_y)$  (рис.3в) этой способностью обладают, т.е. они инвариантны.

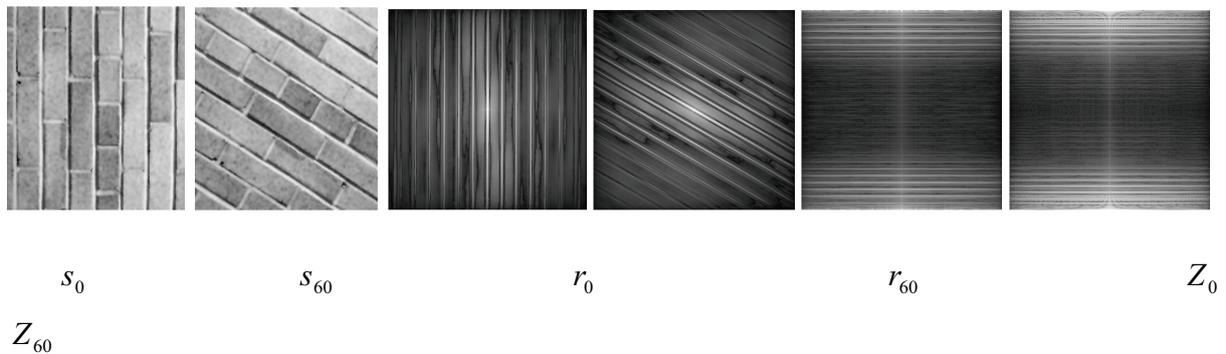


Рис.4. Изображение текстуры и ее соответствующие характеристики.

На рис. 4 показаны текстурные изображения кирпичной кладки для двух углов ориентации, их соответствующие АКФ  $r(x, y)$  и спектральные характеристики  $Z(f_x, f_y)$  изображений АКФ текстур, из рассмотрения которых (как и в случае численной модели) следует инвариантность новой спектральной характеристики к влиянию поворота АКФ анализируемого изображения.

**Выводы.** На основании полученных экспериментальных результатов можно сделать следующие выводы.

1. Определена новая спектральная характеристика инвариантная к влиянию поворота анализируемого изображения.

2. Основным достоинством нового спектрального инварианта является отсутствие необходимости перехода к полярной системе координат, поскольку все вычисления совершаются в декартовой системе координат.

3. Метод вычисления инвариантной характеристики является простым и эффективным с вычислительной точки зрения, поскольку

базируется на использовании только алгоритмов быстрого преобразования Фурье.

4. Поскольку инвариантная характеристика вычисляется в спектральной Фурье-области (т.е. все трансформации являются интегральными), то это автоматически исключает необходимость определения центра анализируемого (классифицируемого) объекта в плоскости апертуры анализируемого изображения.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Theodoridis S., Koutroumbas K. Pattern Recognition. Second Ed. – Elsevier: Academic Press. – 2003.
2. Форсайт Д., Понс Ж. Компьютерное зрение: современный подход. – М.: Вильямс. – 2004.
3. Wang L., Healey G. Using Zernike moments for the illumination and geometry invariant classification of multispectral texture. IEEE Trans. Image Processing. – Vol. 7 (2), 1998. – P. 196-203.
4. Khotanzag A., Hong U. Invariant image recognition by Zernike moments. IEEE Trans. Pattern Analysis and Mashine Intelligence. – Vol. 12, 1990. – P.489-497.
5. Применение методов фурье –оптики / Под ред. Дж.Кейсесента: Пер. с англ. - М.: Радио и связь. – 1988.

Получено 11.03.2006 г.

УДК 515.2

Ю.І.Бадаєв,  
О.М.Ковтун

#### СПЛАЙНИ П'ЯТОГО СТЕПЕНЯ

**Постановка проблеми.** Поліноміальні сплайни п'ятого степеня досі широко не вивчаються і не застосовуються, найменшою мірою, у вітчизняному виробництві, але дають більші можливості для проектування більш гладких кривих і поверхонь, що є важливим для агрегатів і машин, які працюють у рухомому середовищі, а також мають досить широкі можливості керування формою при зберіганні гладкості другого і вищих порядків.