УДК 515.2

А.Н.Ларин, Н.И.Мисюра

# ПОСТРОЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЗВЕНЬЕВ ЦЕПИ ГРУНТОМЕТАТЕЛЬНОГО МЕХАНИЗМА

**Постановка проблемы.** Для тушения лесных и степных пожаров используются роторные метатели грунта. Например, тракторный грунтомет ГТ-3 предназначен для тушения лесных пожаров направленными струями грунта с расстояния 40 – 50 м.. Однако такой грунтомет позволяет получить малую ширину минерализованной полосы (70 см), забор грунта лопатками вращающегося ротора осуществляется сразу же после грубого разрушения грунта без его дозирования перед подачей на лопатки ротора [1]. Все это не гарантирует надежность эксплуатации грунтомета, так как возможно заклинивание грудки грунта между внутренней поверхностью кожуха и торцами его лопаток. Поэтому актуальными будут разработки конструкций грунтомета, построенных на иных механических схемах, лишенных указанного недостатка.

**Анализ последних исследований.** Использование роторных метателей грунта на машинах для земляных работ как транспортирующих органов хорошо компонуются с разными рабочими узлами. Это позволяет при сравнительно малой массе и небольших габаритах устранить несоответствие между производительностью грунтотранспортирующих органов, которые являются одним из путей снижения удельной металлоемкости машины. В частности, пока открытым остается вопрос разработки средств метания грунта, основу которого составляет цепь (как совокупность взаимозацепленных торов). При этом концы цепи закреплены на горизонтальной трубе, которая вращается вокруг своей оси. Цепной метатель грунта является универсальным оборудованием для подачи грунтовой смеси в зону горения, используя грунт как доступный материал пожаротушения. В работе [2] изучены вопросы, связанные с формой вращающейся цепи.

**Постановка задания.** Разработать динамическую модель взаимозацепленных торовых звеньев цепи грунтометательного механизма.

**Основная часть.** Динамическую модель звеньев цепи грунтометательного механизма можно построить на основе использования известных законов лагранжевой механики [3-7].



 ISSN 1562-9945

Результатом применения этих законов будут уравнения, связывающие действующие в сочленениях звеньев силы и моменты с кинематическими характеристиками и параметрами движения звеньев. Уравнения Лагранжа второго рода для голономной системы с $n$ степенями свободы, которым отвечают обобщенные координаты $q_i$ ($j$ = 1,2,…,$n$), имеют вид

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}\right)-\frac{\partial L}{\partial q_j}=Q_{j\text{д}} \quad (j = 1,2,\ldots,n), \tag{1}$$

где $L=(T-\Pi)$ – функция Лагранжа, разности кинетической $T$ и потенциальной $\Pi$ энергий системы; $Q_{j\text{д}}$ – обобщенные силы взаимодействия звеньев с почвой, приведенные к $j$-ой обобщенной координате: они имеют размерность моментов, если $q_i$ – угол поворота, или сил, если $q_i$ – линейное перемещение.

Поскольку $L=T-\Pi$ и $\partial\Pi/\partial\dot{q}_j=0$, то уравнение (1) примет вид

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j}\right)-\frac{\partial T}{\partial q_j}=Q_j\ , \tag{2}$$

где $Q_j=Q_{j\text{д}}+Q_{j\text{в}}$, $Q_{j\text{в}}=-\partial\Pi/\partial q_j$ .

В последних равенствах через $Q_{j\text{в}}$ обозначены внешние обобщенные силы, вызванные весом звеньев и результатом ее погружения в почву. При наличии внешнего воздействия – силы $F_\text{в}$, приложенной к некоторым звеньям, в правую часть равенства для $Q_j$ надо добавить член $Q_{jF}$, характеризующий это воздействие:

$$Q_j=Q_{j\text{д}}+Q_{j\text{в}}+Q_{jF}\ . \tag{3}$$

Используем выражение (2) для вывода уравнений динамики звеньев цепи. Рассматривая звенья цепи как систему из $n$ твердых тел, запишем ее кинетическую энергию $T$ в виде суммы кинетических энергий звеньев:

$$T = \sum_{i=1}^{n} T_i \,. \qquad (4)$$

В свою очередь величину $T_i$ определим по формуле [3]

$$T_i = \frac{1}{2} m_i v_{0i}^2 + m_i \left( \mathbf{v}_{0i} \times \boldsymbol{\varpi}_i \right) \cdot \mathbf{r}_{i\text{ц}} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\varpi}_{\text{й}}^{\text{Т}} \cdot \boldsymbol{\Theta}_{0\text{й}} \cdot \boldsymbol{\varpi}_i \,, \qquad (5)$$

где $m_i$ – масса звена $i$; $\mathrm{v}_{0i}$ – скорость некоторой точки звена $O_i$, принятой за полюс; $\mathbf{r}_{i\text{ц}}$ – вектор радиус центра инерции звена в системе осей с ним связанных, начало которой совпадает с полюсом $O_i$; $\mathbf{\text{И}}_{0i}$ – тензор инерции звена в точке $O_i$; $\varpi_i$ – вектор угловой скорости звена в принятой системе координат.

Выражение (5) принимает наиболее простой вид, если за полюс звена принять его центр инерции; величина $\mathbf{r}_{i\text{ц}}$ будет равна нулю и выражение (5) упростится:

$$T_i = \frac{1}{2} m_i v_{0i}^2 + \frac{1}{2} \boldsymbol{\varpi}_{\text{й}}^{\text{Т}} \cdot \boldsymbol{\Theta}_{0\text{й}} \boldsymbol{\varpi}_i \,. \qquad (6)$$

Кроме того, поскольку звенья цепи представляют собой торы, обладающие симметрией относительно трех ортогональных осей, проведенных через центр инерции.

Разметим оси систем координат, связанных со звеньями, по правилу: одна из осей системы $O_i x_i y_i z_i$ совпадает с осью звена (вектором $\overrightarrow{Q_{i-1}Q_i}$), а две другие образуют с ней правую триаду. Тогда при помещении точки $O_i$ в центр инерции $O_i^0$ получим оси системы $O_i^0 x_i^0 y_i^0 z_i^0$, которые становятся главными осями инерции, и тензор вектора в точке $O_i^0$ имеет вид диагональной матрицы

$$\mathbf{И}^{0}_{O_i} = \begin{bmatrix} J_{x_i} & 0 & 0 \\ 0 & J_{y_i} & 0 \\ 0 & 0 & J_{z_i} \end{bmatrix}, \qquad (7)$$

где моменты инерции относительно осей определяются выражениями

$$\left.\begin{aligned} J_x &= \iiint\left(y_i^2 + z_i^2\right) dm_i \\ J_y &= \iiint\left(x_i^2 + z_i^2\right) dm_i \\ J_z &= \iiint\left(x_i^2 + y_i^2\right) dm_i \end{aligned}\right\}, \qquad (8)$$

и для звеньев заданной (торовой) конфигурации являются известными константами. При отсутствии осевых симметрий тензор инерции звена в точке $O_i^0$ характеризуется матрицей

$$\mathbf{И}_{O_i} = \begin{bmatrix} J_{x_i} & -J_{x_i y_i} & -J_{x_i z_i} \\ -J_{y_i x_i} & J_{y_i} & -J_{y_i z_i} \\ -J_{z_i x_i} & -J_{z_i y_i} & J_{z_i} \end{bmatrix}, \qquad (9)$$

центробежные моменты в которой определяются выражениями

$$\left.\begin{aligned} J_{x_i y_i} &= J_{y_i x_i} = \iiint x_i y_i dm_i \\ J_{x_i z_i} &= J_{x_i z_i} = \iiint x_i z_i dm_i \\ J_{y_i z_i} &= J_{z_i y_i} = \iiint y_i z_i dm_i \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

и также являются известными константами.

Определим вектор скорости центра инерции звена $i$ через проекции на оси связанной с ним системы координат как

$$\mathbf{v}_{i\text{ц}} = \left(v_{ix\text{ц}}, v_{iy\text{ц}}, v_{iz\text{ц}}\right)^{\mathrm{T}} \qquad (11)$$

или через проекции на оси неподвижной системы осей в виде

$$\mathbf{v}_{0i\text{ц}} = \left(v_{0ix\text{ц}}, v_{0iy\text{ц}}, v_{0iz\text{ц}}\right)^{\mathrm{T}}. \qquad (12)$$

По аналогии с $\mathbf{v}_{i\text{ц}}$ введем вектор угловой скорости звена

$$\varpi_i = \left(\varpi_{ix}, \varpi v_{iy}, \varpi_{iz}\right)^{\mathrm{T}} \qquad (13)$$

и запишем равенство (6) в развернутой форме для случая, когда звенья манипулятора обладают симметрией относительно главных осей инерции. Подставим выражения $\mathbf{и}_{0i}^{0}$, $\mathbf{v}_{i\text{ц}}$, $\varpi_i$ из (7), (11), (13) в (6) и получим

$$T_i = 0{,}5 m_i \left( v_{ix\text{ц}}^2 + v_{iy\text{ц}}^2 + v_{iz\text{ц}}^2 \right) + 0{,}5 \left( J_{xi} \varpi_{ix}^2 + J_{yi} \varpi_{iy}^2 + J_{zi} \varpi_{iz}^2 \right). \tag{14}$$

При использовании вектора скорости центра инерции в форме (14) получим выражение

$$T_i = 0{,}5 m_i \left( v_{0ix\text{ц}}^2 + v_{0iy\text{ц}}^2 + v_{0iz\text{ц}}^2 \right) + 0{,}5 \left( J_{x_i} \varpi_{ix}^2 + J_{y_i} \varpi_{iy}^2 + J_{z_i} \varpi_{iz}^2 \right) \tag{15}$$

С учетом тождества (15) равенство (4) принимает вид

$$T_i = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n} \left[ m_i \left( v_{0ix\text{ц}}^2 + v_{0iy\text{ц}}^2 + v_{0iz\text{ц}}^2 \right) + \left( J_{x_i} \varpi_{ix}^2 + J_{y_i} \varpi_{iy}^2 + J_{z_i} \varpi_{iz}^2 \right) \right]. \tag{16}$$

**Выводы.** Учитывая выражение для кинетической энергии, полученное в виде (16), можно построить динамическую модель торовых звеньев цепи механизма грунтометания.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Кукибный А.А. Метательные машины.- М.: Машиностроение, 1964.
2. Ларін О.М., Мисюра М.І. Геометричне моделювання дії механізму метання грунту ланцюгом, що обертається // Геометричне та комп'ютерне моделювання. Харків: ХДУХТ, 2006. Вип. 14. - С. 35-40.
3. Лурье А.И. Аналитическая механика. – М.: Физматгиз, 1961.
4. Аппель П. Теоретическая механика: Перев. с франц. Т. 1. М.: Физматгиз, 1960.
5. Пожарицкий Г. К. Устойчивость равновесий механических систем, включающих гибкую нерастяжимую нить.- ПММ, 1973, т. 37, вып. 4.
6. Меркин Д.Р. Введение в механику гибкой нити. - М.: Наука, 1980
7. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики: В 2-х т. Т.2: Динамика. М.: Наука, 1983. – 640 с.

Получено 15.03.2006 г.