of the Least Squares (MLS) // Pattern Recognition and Image Analysis, -1999, № 2, p.304.
3. Битюцкий О.И., Перетягин Г.И. Поиск и локализация реперных фрагментов при совмещении повторных снимков // Автометрия. 1988. № 3.
4. Гнатушенко В.В., Реута О.В. Геометрія пошуку опорних точок при обробці зображень // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2003. – Вип. 73. – С. 184-189.
5. Форсайт Дэвид А., Понс Жан. Компьютерное зрение. Современный подход.: Пер. с англ. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2004. – 928 с.

Получено 20.03.2006 г.

УДК 515.2

С.М.Гумен

МОДИФІКОВАНИЙ ЕП'ЮР РАДІЩЕВА

Постановка проблеми. Проблема полягає в одержанні еп'юра, достатнього і зручного для розв'язування широкого спектра задач нарисної геометрії багатовимірного простору графічними засобами.

Аналіз останніх досліджень. У нарисній геометрії для графічного відображення об'єктів багатовимірного евклідового простору існують різні графічні моделі. Найбільш розповсюдженими із них є еп'юри Схоуте [1], Буке-Ейтеля [2,3], Радіщева [4], спіральні координати Аносова [5], відображення на багатовимірні многогранники [6], аксонометричні проекції [7-10], еп'юр Гумена [11] тощо. Всі вони мають як свої переваги, так і свої недоліки. Так, зокрема, найвживаніший еп'юр Радіщева має той недолік, що на ньому представлені далеко не всі 2-вимірні координатні площини, серед яких відсутні ортогонально-доповняльні підпростори, наявність яких необхідна для розв'язання багатьох метричних задач нарисної геометрії.

Еп'юр Схоуте обмежений тільки чотирма вимірами, а на еп'юрі Буке-Ейтеля і Гумена координатні осі зображаються під гострими кутами, що призводить до відомих незручностей. Так, на рисунках 1 і 2 зображені проекції точки А 4-вимірного простору $Ox_1x_2x_3x_4$ на еп'юрі Радіщева, на яких координатні 2-вимірні площини розташовані, відповідно, вертикально і горизонтально.

Як видно з рисунків, на такому кресленні представлені три координатні 2-вимірні площини Ox_1x_2, Ox_1x_3 та Ox_1x_4 із шести, тобто відсутні проекції на три координатні площини Ox_2x_3, Ox_2x_4 та Ox_3x_4. Звичайно, на такому кресленні можна розв'язувати більшість позиційних задач нарисної геометрії багатовимірного простору. Однак, часто буває необхідним у деяких метричних задачах використовувати і відсутні проекції.

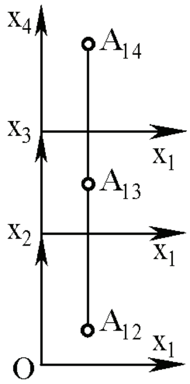

Рисунок 1

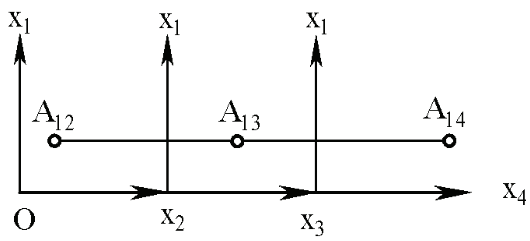

Рисунок 2

У таких випадках дослідники змушені вдаватись до додаткових зображень потрібних координатних 2-вимірних площин, що породжує зрозумілі незручності (оскільки додаткові проекції об'єкта не зв'язуються проекційними лініями зв'язку з проекціями основного креслення).

Формулювання цілей статті. Ціллю статті є на основі найвживанішого еп'юру Радіщева шляхом його модифікації запропонувати такий еп'юр, де були б представлені ортогонально-доповняльні координатні площини, кути між осями зберігались прямими. а проекції об'єкта на кресленні були зв'язані між собою проекційно (лініями зв'язку).

Основна частина. Для досягнення поставленої цілі пропонується модифікувати еп'юр Радіщева так, щоб координатні 2-вимірні площини розміщувались по обидва боки від вертикального напряму (у першому варіанті розташування площин для рис. 1), або, відповідно, горизонтального (якщо еп'юр передбачає горизонтальне розташування площин у другому варіанті, рис. 2). Тоді модифікований таким чином еп'юр Радіщева для точки A 4-вимірного простору матиме один з виглядів, представлених на рис. 3 і 4.

На рис. 3 залишено напрям координатної осі Ox_1 вправо від вертикалі (як на рис.1), а вліво направлена вісь Ox_3. Відповідно, на рис.4 осі з парними індексами направлені горизонтально, а осі з непарними індексами – вертикально, так що вісь Ox_1 направлена вверх (як і у вихідному еп'юрі Радіщева на рис.2), а вісь Ox_3 – вертикально вниз.

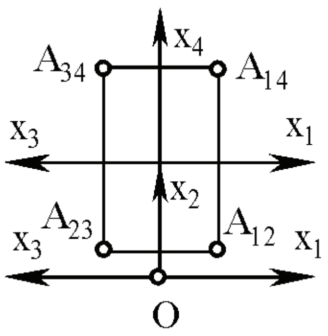

Рис. 3

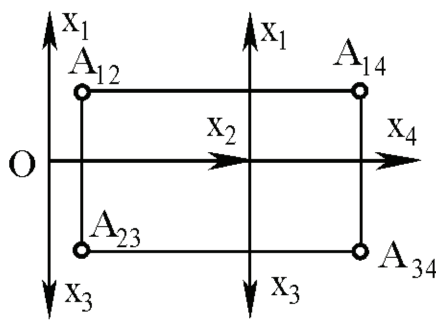

Рис. 4

Пропонована модифікація еп'юра Радіщева дозволяє представити на еп'юрі 4-вимірного простору не три, а чотири координатні 2-вимірні площини.

Для n-вимірного простору, взагалі, на пропонованому модифікованому еп'юрі Радіщева будуть присутні 2(n-2) двовимірні координатні площини, а не n-1, як на звичайному еп'юрі Радіщева.

У таблиці 1 наведена порівняльна кількість 2-вимірних площин на звичайному еп'юрі Радіщева і модифікованому в залежності від розмірності n обхоплюючого простору.

Переваги пропонованої модифікації еп'юра Радіщева виразно проглядаються при розв'язанні, наприклад, такої метричної задачі, як знаходження натуральної величини трикутника загального роста-

ISSN 1562-9945

шування у 4-вимірному просторі одним із методів перетворення проекцій.

При розв'язуванні задачі, зрозуміло, потрібно перетворити площину заданого трикутника у повністю паралельну одній із координатних 2-вимірних площин, на яку трикутник спроекціюється у натуральну величину. Тоді на ортогонально-доповняльну координатну площину площина трикутника вироджується в одну точку як така, що повністю перпендикулярна до цієї координатної площини. Як видно із рис.1 і 2 на еп'юрі Радіщева відсутні координатні ортогонально-доповняльні площини взагалі, тоді як на пропонованому модифікованому еп'юрі представлені по дві пари ортогонально-доповняльних площин (Ox_1x_4 і Ox_2x_3 та Ox_1x_2 і Ox_3x_4).

Таблиця 1

Розмірність простору	Загальна кількість координатних 2-площин	Кількість 2-площин на еп'юрі Радіщева	Кількість 2-площин на модифікованому еп'юрі
4	6	3	4
5	10	4	6
6	15	5	8
7	20	6	10
8	25	7	12
9	36	8	14
10	45	9	16
…	…	…	…
n	C_n^2	n-1	2(n-2)

На рисунках 5, 6 представлені, відповідно, звичайний та модифікований еп'юри Радіщева для 5-вимірного простору, з яких видно принцип організації 2-вимірних площин у ньому.

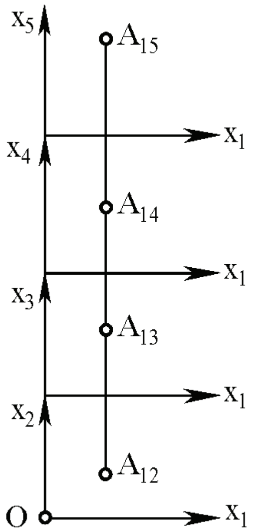

Рисунок 5

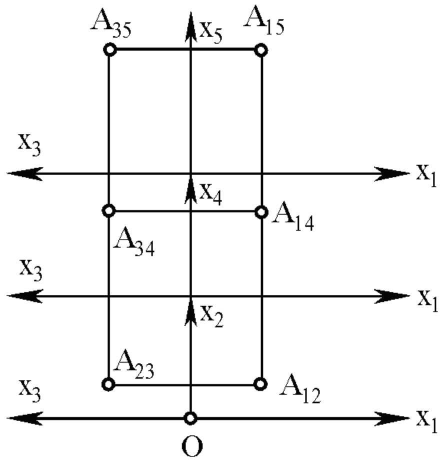

Рисунок 6

Висновки та перспективи. Запропонований модифікований еп'юр Радіщева розширює клас задач нарисної геометрії багатовимірного простору, що можуть успішно розв'язуватись на ньому графічними засобами. У перспективі такий еп'юр знайде застосування у практиці розв'язання як теоретичних, так і практичних задач графічними засобами.

ЛІТЕРАТУРА

1. Schoute P.H. Mehrdimensionale Geometric. – Leipzig, 1902., т.1. – 295 s.
2. Boecke H.E. Eine Anwerdurg metrdimensionale Geometrie auf-chemischmineralogische Fragen / Nenes Iahrb, fur Mineralogie. – 1916. – Bd. 2. – S. 109 – 148.
3. Eitel W. Veber viestoff systeme, Z.anorg.n.allg.chem., 1917. – 100 s.
4. Альтгаммер П. Расчёты и графики соляных растворов: Гостехиздат. – Л., 1932. – 139с.
5. Аносов В.Я. К вопросу об изображении многокомпонентных систем. Метод спиральных координат / Изд. СФХА, т. IX: АН СССР. – Л., 1936. – 48 с.
6. Радищев В.П. Многокомпонентные системы / Ин-т общей и неорг.химии АН СССР / Под ред. Ф.М.Перельман. – М.:ВИНИТИ, 1967. – 502с.

 ISSN 1562-9945

7. Глаголев Е.А., Четверухин Н.Ф. Аксонометрия: Гостехиздат технико-теоретической литературы. – М., 1953. – 292 с.
8. Первикова В.Н. Теоретические основы построения чертежей многомерных фигур в синтетическом и векторном изображении с применением для исследования многомерных систем // Автореф.дис...докт.техн.наук. – М., 1974. – 31с.
9. Первикова В.Н. Геометрические основы чертежей многомерных фигур // Учебное пособие. М.: МАИ, 1982. – 44 с.
10. Юдицкий М.М. Специальные виды аксонометрических проекций // Автореф. дис. ... докт.техн. наук. – М., 1969. – 25с.
11. Гумен Н.С. Графоаналитическое отображение некоторых геометрических образов многомерного евклидова пространства на подпространствах низших размерностей применительно к решению некоторых технических задач / Дисс. ... канд. техн. наук. – Киев, 1969. – 272 с.

Получено 25.03.2006 г.

УДК 515.2

Д.В. Давиденко, Д.В. Кукуруза

МЕТОД ЗВЕДЕННЯ ПОЗИЦІЙНОЇ ЗАДАЧІ ДО МЕТРИЧНОЇ

Постановка проблеми. При розв'язанні різноманітних проблем в галузі машинобудування, робототехніки або будівництва часто виникає наступна позиційна задача [1-3].

Задача А. Нехай в прямокутній системі координат *Oxyz* задано дві точки $A(x_a, y_a, z_a)$ і $B(x_b, y_b, z_b)$, а також геометричний об'єкт *G*, поверхню якого можна описати рівнянням $F(x, y, z) = 0$ (наприклад, це можна зробити за допомогою *R*–функцій [1]). Необхідно з'ясувати, чи видимою є точка *B* із точки *A*? Тобто заслоняє чи не заслоняє об'єкт S "промінь зору", який спрямовано із точки *A* в точку *B*?

Спосіб розв'язання цієї задачі суттєво впливає на ефективність методу розв'язання проблеми в цілому [1 - 3].

Аналіз останніх досліджень. Відомі способи розв'язання задачі А базуються, як правило, на методах аналітичної геометрії, які дозволяють визначати відстані від „пробної" точки на промені зору до поверхні об'єкта [1-3]. Але такого роду „перебірні" алгоритми приво-