УДК 528.71

В.В. Гнатушенко, І.С. Дмитрієва

ВИЗНАЧЕННЯ ЕПІПОЛЯРНИХ І ТРИФОКУСНИХ ОБМЕЖЕНЬ ПРИ МОДЕЛЮВАННІ СУПУТНИКОВИХ ЗОБРАЖЕНЬ

Постановка проблеми

Більшість сучасних супутників, особливо високого просторового розрізнення, надають можливість користувачеві одержання стереозображень. Обробка таких даних, як правило, на певному етапі пов'язана із задачами ідентифікації, тобто визначенням положення точки (об'єкта) на зображенні при відомих її положеннях на інших знімках. Аналогічні задачі виникають також при моделюванні та попередній обробці мультиспектральних зображень, які фіксують одночасно ділянку земної поверхні у різних спектральних діапазонах електромагнітного випромінення. В даній постановці такий вид зйомки можна вважати окремим випадком стереозйомки.

Аналіз останніх досліджень

Серед останніх досліджень в даному напрямку можна виділити роботи [1-4]. Існує також безліч класичних робіт з комп'ютерного зору (наприклад, [5]). Але питання визначення епіполярних і трифокусних обмежень стосовно супутникових стереозображень залишаються невизначеними. Не приділено уваги геометричним і алгебраїчним умовам та оцінці точності ідентифікації при наявності більше двох проекцій однієї сцени.

Формулювання цілей статті (постановка завдання)

Вирішенню зазначених вище задач і присвячена дана робота.

Основна частина

Нагадаємо, що епіполярне обмеження для випадку двох зображень (p і p') точки P, яка спостерігається двома камерами з оптичними центрами в точках O і O', полягає у тому, що точка p' повинна перебувати на епіполярній лінії, співвіднесеній з p [5]. Дане епіполярне обмеження сильно скорочує процедуру ідентифікації. Але при аналізі руху на основі двох кадрів може трапитися так, що кожна камера відкалібрована внутрішньо, і строге перетворення, що пов'язує системи координат двох камер, невідомо.

 ISSN 1562-9945

У цьому випадку епіполярна геометрія накладає обмеження на можливі переміщення об'єкта спостереження. Припустимо, що внутрішні параметри кожної камери відомі, так що $p = p'$. Очевидно, що з епіполярного обмеження випливає компланарність трьох векторів $\overrightarrow{Op}$, $\overrightarrow{O'p'}$ і $\overrightarrow{OO'}$. Еквівалентне твердження: один із зазначених векторів повинен лежати в площині $\overrightarrow{Op} \cdot [\overrightarrow{OO'} \times \overrightarrow{O'p'}] = 0$. Даний вираз можна переписати в системі координат, пов'язаній з першою камерою:

$$p \cdot [t \times (Rp')], \tag{1}$$

де через $p = (u, v, 1)^T$ і $p' = (u', v', 1)^T$ позначені два вектори зображень p і p' (в однорідних координатах), t — координатний вектор трансляції $\overrightarrow{OO'}$, що пов'язує дві системи координат, а R — матриця повороту (вільний вектор з координатами ω' в другій системі координат має в першій системі координати $R\omega'$). Остаточно рівняння (1) можна переписати в наступному вигляді (співвідношення Лонгета-Хігінса):

$$p^T \varepsilon p' = 0, \tag{2}$$

де через $\varepsilon = [t_\times]R$ і $[a_\times]$ позначена кососиметрична матриця, така що $[a_\times]x = a \times x$ — векторний добуток векторів a і x. Матриця ε називається істотною матрицею, дев'ять коефіцієнтів якої визначаються з точністю до масштабу і їх можна параметризувати трьома ступенями свободи матриці повороту R й двома ступенями свободи, що визначають напрямок вектора трансляції t. Відзначимо, що добуток $\varepsilon p'$ можна інтерпретувати як координатний вектор, що подає епіполярну лінію, що співвіднесена із точкою p' першого зображення. З погляду симетрії очевидно також, що $\varepsilon^T p$ — це координатний вектор, що подає епіполярну лінію другого зображення, що відповідає p. Очевидно, що істотні матриці сингулярні, оскільки вектор t паралельний координатному вектору e першого епіполюса, так що $\varepsilon^T e = -R^T [t_\times] e = 0$. Подібним чином легко показати, що e' належить нульовому простору ε.

Розглянемо докладніше інфінітезимальне переміщення. Розглянемо камеру, що рухається зі швидкістю v трансляції й швидкістю ω обертання й перепишемо рівняння (2) для двох знімків, розділених невеликим проміжком часу фіксації δt. Позначимо через $\dot{p} = (\dot{u}, \dot{v}, 0)^T$ швидкість точки

p. Використовуючи експонентне подання обертання [5], можна показати, що (з точністю до членів першого порядку)

$$\begin{cases} t = \delta t v, \\ R = Id + \delta t[\omega_\times], \\ p' = p + \delta t \dot{p}. \end{cases} \quad (3)$$

Підставляючи (3) в рівняння (2) і знехтуючи всіма членами, що мають другий і більш високі порядки по δt, одержуємо такий результат:

$$p^T([v_\times][\omega_\times])p - (p \times \dot{p}) \cdot v = 0. \quad (4)$$

Відзначимо, що при чистій трансляції одержуємо $\omega = 0$, отже, $(p \times \dot{p}) \cdot v = 0$. Інакше кажучи, три вектори, $p = \overrightarrow{Op}$, $\dot{p}$ і v, повинні бути компланарними. Якщо через e позначити інфінітезимальний епіполюс, або фокус розширення (тобто точку перетинання площини зображення лінією, що проходить через оптичний центр паралельно вектору швидкості v), одержимо добре відомий результат: при чисто трансляційному русі поле руху спрямоване до фокуса поширення.

Відношення Лонгета-Хігінса справедливо для внутрішньо відкаліброваних камер. Навпаки, якщо внутрішні параметри невідомі, можна записати $p = K\hat{p}$ і $p' = K'\hat{p}'$, де K й K' — калібровані матриці 3x3, а $\hat{p}$ й $\hat{p}'$ — нормовані вектори координат точок зображень. Для цих векторів одержуємо

$$p^T F p' = 0, \quad (5)$$

де фундаментальна матриця $F = K^{-T} \varepsilon K'^{-1}$ не є, у загальному випадку, істотною матрицею. Обмеження, що випливає з того, що ранг цієї матриці дорівнює двом, означає, що у фундаментальній матриці може бути тільки сім незалежних параметрів. Можливі кілька способів параметризації, але найбільш природний — це використовувати координатні вектори $e = (\alpha, \beta)^T$ й $e' = (\alpha', \beta')^T$ двох епіполюсів і епіполярне перетворення, яке переводить один набір епіполярних ліній в іншій. Його можна параметризувати (з точністю до масштабу) чотирма числами a, b, c, d, а фундаментальну матрицю можна записати в такий спосіб:

$$F = \begin{pmatrix} b & a & -a\beta - b\alpha \\ -d & -c & c\beta + d\alpha \\ d\beta' - b\alpha' & c\beta' - a\alpha' & -c\beta\beta' - d\beta'\alpha + a\beta\alpha' + b\alpha\alpha' \end{pmatrix}. \quad (6)$$

 ISSN 1562-9945

Зазначимо, що методи, які дозволяють обчислити істотну й фундаментальну матриці по мінімальному числу параметрів, існують, але вони занадто складні і не є предметом дослідження даної роботи. Розглянемо геометричні обмеження, що виникають при наявності трьох зображень однієї сцени. Проаналізуємо систему із трьох перспективних камер, що спостерігають одну точку P, зображення якої позначимо через p_1, p_2 і p_3. Оптичні центри O_1, O_2 і O_3 камер визначають трифокусну площину, що перетинає їхні чутливі області по трьох трифокусних лініях t_1, t_2 і t_3. Кожна із цих ліній проходить через співвіднесений з нею епіполюс. Кожна пара камер визначає епіполярне обмеження, тобто

$$\begin{cases} p_1^T \varepsilon_{12} p_2 = 0, \\ p_2^T \varepsilon_{23} p_3 = 0, \\ p_3^T \varepsilon_{31} p_1 = 0, \end{cases} \tag{7}$$

де через ε_{ij} позначена істотна матриця, співвіднесена з парою зображень $i \leftrightarrow j$. Дані три умови не є незалежними, оскільки повинні виконуватися умови $e_{31}^T \varepsilon_{12} e_{32} = e_{12}^T \varepsilon_{23} e_{13} = e_{23}^T \varepsilon_{31} e_{21} = 0$. Зокрема, якщо відомо істотну матрицю, можна визначити положення точки p_1 по положеннях двох відповідних точок p_2 і p_3. Отже, тринокулярна епіполярна геометрія пропонує рішення завдання ідентифікації.

Другий набір обмежень можна одержати при розгляді трьох зображень лінії, а не точки, що є характерним при обробці супутникових зображень, які містять перехрестя доріг, границі «ліс-поле» і т.д. Набір точок, які проектуються на лінію зображення l, утворять площину L, що містить лінію й камеру. Дану площину можна охарактеризувати в такий спосіб: якщо через M позначити проекційну матрицю 3×4, точка P на L проектується в точку p на l в тому випадку, якщо $zp = MP$, або

$$l^T MP = 0, \tag{9}$$

де $P = (x, y, z, 1)^T$ — чотиривимірний вектор однорідних координат P, а $l = (a, b, c)^T$ — тривектор однорідних координат l. Два зображення l_1 й l_2 однієї лінії не обмежують відносні положення й орієнтацію пов'язаних з ними камер, оскільки відповідні площини L_1 й L_2 завжди перетинаються. Перетинання площин L_1, L_2 і L_3 дає пряму (хоча в загальному випадку перетинанням трьох площин є точка).

Для одержання трилінійних умов у явному виді виберемо систему координат, пов'язану з першою камерою як глобальна система відліку й запишемо проекційні матриці як $M_1 = (Id \quad 0)$, $M_2 = (R_2 \quad t_2)$ і $M_3 = (R_3 \quad t_3)$. Тепер можна переписати матрицю Λ:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} l_1^T & 0 \\ l_2^T R_2 & l_2^T t_2 \\ l_3^T R_3 & l_3^T t_3 \end{pmatrix}. \tag{10}$$

Три мінори можна записати в такий спосіб:

$$l_1 \times \begin{pmatrix} l_2^T G_1^1 l_3 \\ l_2^T G_1^2 l_3 \\ l_2^T G_1^3 l_3 \end{pmatrix} = 0, \tag{11}$$

де $G_1^i = t_2 R_3^{iT} - R_2^i t_3^T$ для $i = 1,2,3$ і через R_2^i і R_3^i ($i = 1,2,3$) позначені стовпці матриць R_2 і R_3. Четвертий детермінант записується як $|l_1 \quad R_2 l_2 \quad R_3 l_3|$, він дорівнює нулю, коли нормалі до площин L_1, L_2 і L_3 компланарні. Математично останнє твердження рівносильне прирівнюванню до нуля лінійної комбінації трьох детермінантів, що фігурують у рівнянні (10). Зрозуміло, тільки два із цих детермінантів лінійно незалежні.

Три матриці G_1^i розміром 3×3 визначають трифокусний тензор 3 x 3 x 3 з 27 коефіцієнтами (або 26 з точністю до масштабу). Рівняння (10) можна переписати в такий спосіб:

$$l_1 \propto \begin{pmatrix} l_2^T G_1^1 l_3 \\ l_2^T G_1^2 l_3 \\ l_2^T G_1^3 l_3 \end{pmatrix}, \tag{12}$$

де запис $a \propto b$ позначає, що два вектори a й b відрізняються тільки масштабом. Із сказаного випливає, що трифокусний тензор також накладає умови на положення трьох відповідних точок.

Маючи три точкових відповідності $p_1 \leftrightarrow p_2 \leftrightarrow p_3$, одержуємо чотири незалежних умови. Ці обмеження трилінійні по координатах точок p_1, p_2 і p_3. Як тільки відомий тензор, його можна використовувати для припущення положення, скажемо, точки p_1 знаючи розміщення точок p_2 і p_3 на інших зображеннях.

 ISSN 1562-9945

Трилінійні умови на координати ліній зображення також можна визначити й при невідомих внутрішніх параметрах трьох камер. Оскільки в цьому випадку $p = Kp$ й лінія зображення, співвіднесена з вектором l, визначається умовою $l^T p = 0$, відразу можна записати $l = K^{-T} l$, або $l = K^T l$. У загальному випадку одержуємо наступне:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} l_1^T K_1 & 0 \\ l_2^T K_2 R_2 & l_2^T K_2 t_2 \\ l_3^T K_3 R_3 & l_3^T K_3 t_3 \end{pmatrix} \text{ і}$$

$$rank(\Lambda) = 2 \Leftrightarrow rank\left[\Lambda \begin{pmatrix} K_1^{-1} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right] = rank \begin{pmatrix} l_1^T & 0 \\ l_2^T R_2 & l_2^T t_2 \\ l_3^T R_3 & l_3^T t_3 \end{pmatrix} = 2,$$

де $A_i \overset{def}{=} K_i R_i K_1^{-1}$ й $b_i \overset{def}{=} K_i t_i$ для $i = 2{,}3$. Відзначимо, що проекційні матриці, співвіднесені із трьома камерами, тепер мають вигляд $M_1 = (K_1 \quad 0)$, $M_2 = (A_2 K_1 \quad b_2)$ і $M_3 = (A_3 K_1 \quad b_3)$.

Висновки та перспективи подальших досліджень

Визначені бінокулярні й тринокулярні геометричні обмеження визначають параметри внутрішньої й зовнішньої орієнтації стереопари або стереотройки. Зокрема, тринокулярні умови дають рівняння обмеження масштабу, що враховує помилки калібрування й виміру зображення. У цьому випадку промені, співвіднесені із трьома зображеннями однієї точки, уже не перетинаються гарантовано.

Наші подальші дослідження будуть присвячені геометричним і алгебраїчним умовам ідентифікації при наявності чотирьох і більше проекцій однієї сцени.

ЛІТЕРАТУРА

1. Корчинський В.М., Реута О.В. Ідентифікація фотограметричних зображень на основі інваріантних просторових форм плоских геометричних об’єктів // Прикладная геометрия и инженерная графика. К., 1996. Вып. 59. С. 102–105.
2. Popov S.A., Kirichuk V.S. Algorithm of Estimation of the Geometric Parameters of the System of Two Projection Cameras by the Method

of the Least Squares (MLS) // Pattern Recognition and Image Analysis, -1999, № 2, p.304.

3. Битюцкий О.И., Перетягин Г.И. Поиск и локализация реперных фрагментов при совмещении повторных снимков // Автометрия. 1988. № 3.
4. Гнатушенко В.В., Реута О.В. Геометрія пошуку опорних точок при обробці зображень // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – К.: КНУБА, 2003. – Вип. 73. – С. 184-189.
5. Форсайт Дэвид А., Понс Жан. Компьютерное зрение. Современный подход.: Пер. с англ. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2004. – 928 с.

Получено 20.03.2006 г.

УДК 515.2

С.М.Гумен

МОДИФІКОВАНИЙ ЕП'ЮР РАДІЩЕВА

Постановка проблеми. Проблема полягає в одержанні еп'юра, достатнього і зручного для розв'язування широкого спектра задач нарисної геометрії багатовимірного простору графічними засобами.

Аналіз останніх досліджень. У нарисній геометрії для графічного відображення об'єктів багатовимірного евклідового простору існують різні графічні моделі. Найбільш розповсюдженими із них є еп'юри Схоуте [1], Буке-Ейтеля [2,3], Радіщева [4], спіральні координати Аносова [5], відображення на багатовимірні многогранники [6], аксонометричні проекції [7-10], еп'юр Гумена [11] тощо. Всі вони мають як свої переваги, так і свої недоліки. Так, зокрема, найвживаніший еп'юр Радіщева має той недолік, що на ньому представлені далеко не всі 2-вимірні координатні площини, серед яких відсутні ортогонально-доповняльні підпростори, наявність яких необхідна для розв'язання багатьох метричних задач нарисної геометрії.

Еп'юр Схоуте обмежений тільки чотирма вимірами, а на еп'юрі Буке-Ейтеля і Гумена координатні осі зображаються під гострими ку-