

8. Гумен О.М. Дослідження  $k$ -багатовидів за координатними  $m \times k$ -підбагатовидами // Прикл. геом. та інж. графіка: Зб. наук. пр. – Мелітополь: ТДАТА, 2005. – Вип. 4. – Т. 29. - С. 69 -72.
9. Гумен О.М. Дослідження раціонального 3-багатовиду 4-вимірного афінного простору у внутрішній проективній системі координат // Геометричне та комп’ютерне моделювання: Зб. наук. пр. – Харків: ХДУХТ, 2005. – Вип. 11. – С.105-109.
10. Гумен О.М. До конструювання раціональних багатовидів як неевклидових проективних просторів // Прикл. геом. та інж. графіка: Зб. наук. пр. – К.: КНУБА, 2005. – Вип. 75. - С.136-142.
11. Гумен О.М. Раціональні 3-багатовиди 2-го та 3-го порядків з рівнянням у параметричній формі // Прикл. геом. та інж. графіка: Зб. наук. пр. – Мелітополь: ТДАТА, 2005. – Вип. 4. – Т.30. - С.80-84.
12. Гумен О.М. Раціональні криві і поверхні 2-го і 3-го порядків як окремі випадки багатовидів // Доповіді Другої Кримської науково-практичної конференції “Геометричне та комп’ютерне моделювання: енергозбереження, екологія, дизайн”. – К.: КНУТД, 2005. – С. 66-70.

Получено 21.03.2006 г.

УДК 515.2:621.83

Воронцов Б.С., Чаплинская Т.Н.

## ПРОИЗВОДЯЩАЯ ПОВЕРХНОСТЬ РЕЧНОГО ТИПА С ИЗМЕНЯЕМОЙ ПРОДОЛЬНОЙ ФОРМОЙ ЗУБА

**Постановка проблемы.** Современные компьютерные технологии позволяют решать целый ряд задач повышения качества, надежности, экономичности и производительности различных машин и механизмов еще на стадии технологической подготовки производства.

Наибольшее распространение в приводах машин имеют цилиндрические передачи с параллельными осями. При совершенствовании зубчатых приводов машин с такими передачами перспективным является использование цилиндрических передач с арочной и двояковыпукло-вогнутой продольной формой зубьев.

**Анализ основных исследований и публикаций.** Вопросам совершенствования процесса формообразования и инструментов с использованием компьютерных технологий посвящена работа [1]. Работы [2], [3] посвящены развитию теории зубчатых зацеплений на современном этапе. В работе [4] рассматриваются вопросы повышения нагружочной способности передач с арочными, а в работе [5] с двояковыпукло-вогнутыми зубьями.

**Формулировка цели статьи (постановка задачи).** Продольная форма зубьев цилиндрических зубчатых колес зависит от производящей поверхности, на основании которой создается зуборезный инструмент.

© Воронцов Б.С., Чаплинская Т.Н., 2006

Поэтому целью данной работы является разработка математического аппарата для оперативного интерактивного изменения продольной формы производящей поверхности реечного типа.

**Основная часть.** Для получения уравнения обобщенной производящей поверхности введем систему координат  $S_n$  (рис. 1). Плоскость  $Y_nO_nZ_n$  совпадает с начальной плоскостью производящей поверхности. Пусть в системе координат  $X_nY_nZ_n$  задана кривая, которая определяет продольную форму зубьев производящей поверхности. Уравнение этой кривой в общем виде:

$$\bar{r}_n(\mu) = x_n(\mu) \bar{i} + y_n(\mu) \bar{j} + z_n(\mu) \bar{k} \quad (1)$$

где  $\mu$  – переменная величина;  $x_n(\mu)$ ,  $y_n(\mu)$ ,  $z_n(\mu)$  – необходимое число раз дифференцируемые функции по аргументу  $\mu$ .

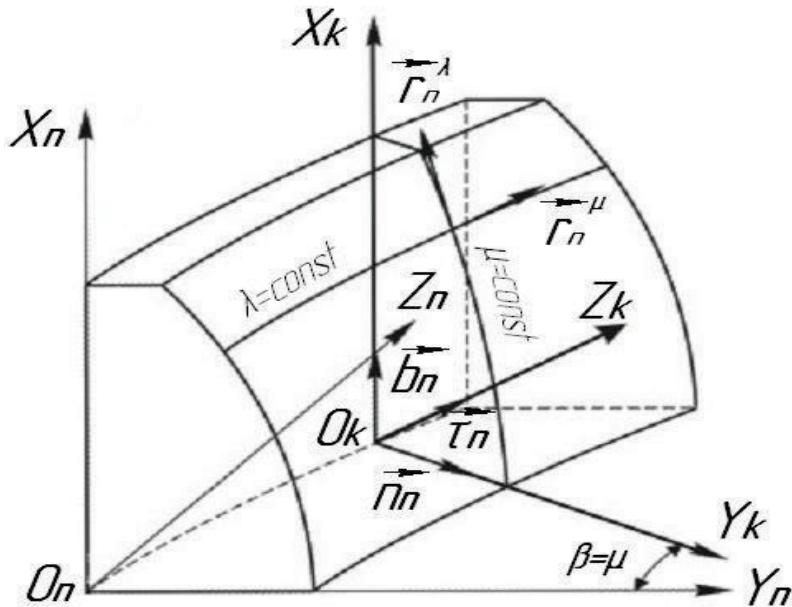


Рис. 1. Обобщенная производящая поверхность

В системе координат  $S_k$  уравнение профиля обобщенного исходного контура можно представить в виде кривой Безье третьего порядка [6]:

$$\begin{aligned} x_k &= f_1(\lambda) = (1-\lambda)^3 x_0 + 3(1-\lambda)^2 \lambda x_1 + 3(1-\lambda)\lambda^2 x_2 + \lambda^3 x_3; \\ y_k &= f_2(\lambda) = (1-\lambda)^3 y_0 + 3(1-\lambda)^2 \lambda y_1 + 3(1-\lambda)\lambda^2 y_2 + \lambda^3 y_3; \\ z_k &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $f_1(\lambda)$ ,  $f_2(\lambda)$  – произвольные, необходимое число раз дифференцируемые функции;  $x_0, y_0, x_3, y_3$  - координаты опорных точек  $P_0$  и  $P_3$ ;

$x_1, y_1, x_2, y_2$  - координаты управляемых точек  $P_1$  и  $P_2$ ;

Рассмотрим случай, когда производящая поверхность реечного типа имеет круговую линию зуба (рис.2). Для изменения продольной линии зуба производящей поверхности введем три управляемых элемента  $N_0, N_1, N_2$ .  $N_0$  – базисная точка, связанная с началом системы координат  $S_n$ . Через эту точку проходит кривая, определяющая продольную линию зуба. Точка  $N_1$  лежит на касательной к рассматриваемой кривой в точке  $N_0$  и позволяет управлять углом наклона  $\beta_0$  этой касательной. Точка  $N_2$  лежит на рассматриваемой кривой и управляет ее радиусом кривизны  $R_u$ . Для простоты управления при-

мем координаты  $z_1 = -\frac{b}{2}$ , а  $z_2 = \frac{b}{2}$ , где  $b$  – ширина производящей поверхности. Точка  $N_0$  (начало системы координат  $S_n$ ) лежит в средней торцовой плоскости производящей поверхности.

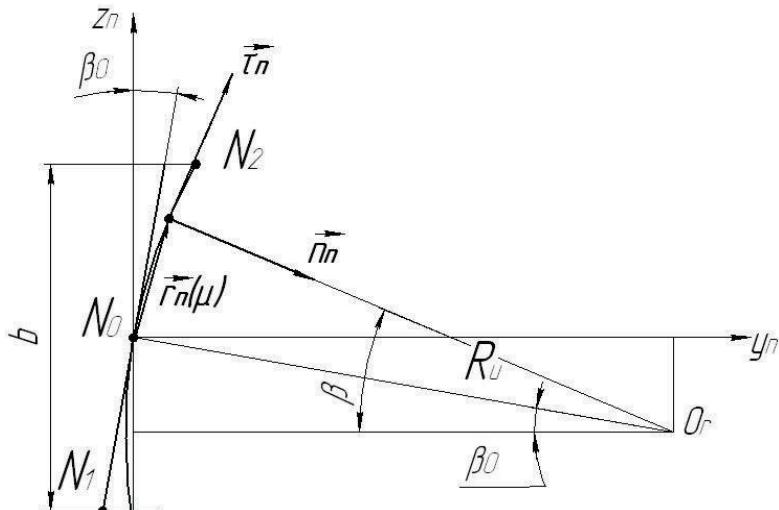


Рис. 2. Продольная линия зуба производящей поверхности

В этом случае уравнение кривой, определяющей линию зуба производящей поверхности в системе координат  $S_n$ , имеет вид

$$\bar{r}_n(\mu) = R_u (\cos \beta_0 - \cos \beta) \bar{j} + R_u (\sin \beta - \sin \beta_0) \bar{k}.$$

Или в координатной форме:

$$\begin{aligned} x_n(\mu) &= 0; \\ y_n(\mu) &= R_u (\cos \beta_0 - \cos \beta); \\ z_n(\mu) &= R_u (\sin \beta - \sin \beta_0), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\text{где } R_u = \frac{y_r^2 \cos^2 \beta_0 + \left( \frac{b}{2} \cos \beta_0 + y_r \sin \beta_0 \right)^2}{2 y_r \cos \beta_0},$$

$y_r = y_1 + y_2$ , где  $y_1$  и  $y_2$  координаты управляющих точек  $N_1$  и  $N_2$ , угол

$$\beta_0 = \arctg \frac{y_1}{z_1}.$$

Подставляя (2) в (1), получим уравнение производящей поверхности

$$\begin{aligned} x_n &= f_1(\lambda); \\ y_n &= R_u (\cos \beta_0 - \cos \beta) + f_2(\lambda) \cos \beta; \\ z_n &= R_u (\sin \beta - \sin \beta_0) - f_2(\lambda) \sin \beta, \end{aligned} \quad (3)$$

На основании полученных результатов разработана компьютерная программа, позволяющая управлять продольной линией зуба при синтезе цилиндрических передач с арочными и двояковыпукловогнутыми зубьями.

**Выводы.** Применение управляющих элементов позволяет оперативно изменять форму производящей поверхности в процессе компьютерного синтеза передач. Результаты работы могут быть использованы при проектировании зуборезных головок.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Грабченко А.И., Кондусова Е.Б., Кривошея А.В., Равская Н.С., Родин П.Р. 3D-моделирование инструментов, формообразования и съема припуска при обработке резанием. - Харьков: НТУ «ХПИ», 2001. – 304с.
2. Шевелева Г.И. Теория формообразования и контакта движущихся тел.: Монография. – М.: Издательство «Станкин», 1999. – 494 с.
3. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100 с.
4. Шишов В.П., Носко П.Л., Ревякина О.А. Цилиндрические передачи с арочными зубьями (теория, анализ, синтез): Монография. - Луганск: Изд-во ВНУ им..В.Даля, 2004. – 336 с.
5. Шишов В.П., Носко П.Л., Ткач П.М., Філь П.В. Високонавантажені циліндричні передачі з двоопукло-ввігнутими зубцями: Монографія. - Луганськ: Вид-во СНУ ім..В.Даля, 2005. – 216 с.
6. Бочарова І.А., Воронцов Б.С. Модифікація твірної поверхні з використанням кривої Безье третього порядку/ Прикладна геометрія та інженерна графіка. Праці / Таврійська державна агротехнічна академія. – Вип.4, т.30. – Мелітополь: ТДАТА, 2005. – С.116-120.

Получено 12.03.2006 г.