УДК 519-873

А.И. Песчанский

СТАЦИОНАРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОДНОКОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМЫ С УЧЁТОМ КАЛЕНДАРНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Одним из основных средств повышения надежности технических систем в процессе их эксплуатации является профилактическое техническое обслуживание (ТО). Из работ, освещающих математические аспекты профилактического ТО систем, необходимо отметить [1-3], в которых можно найти обширную библиографию по данному вопросу.

В настоящей работе исследуется стратегия профилактики однокомпонентной технологической системы, при которой профилактическое ТО планируется проводить через определенный промежуток времени. Близкая стратегия, известная в литературе как стратегия восстановления блоками [2], предполагает мгновенное восстановление в случае отказа системы. В данной работе предполагается, что аварийное восстановление продолжается некоторое случайное время. При этом предположении становится возможной ситуация, когда в планируемый момент проведения ТО система находится в отказе, тогда ТО переносится на следующий срок. Необходимо при данной стратегии профилактики определить среднюю стационарную наработку на отказ, среднее стационарное время восстановления, стационарный коэффициент готовности, среднее время между моментами фактического проведения ТО, экономические показатели качества функционирования системы. Отметим, что в работе [4] найдены приближенные значения указанных характеристик рассматриваемой системы с помощью метода, основанного на алгоритме фазового укрупнения.

Опишем порядок функционирования рассматриваемой системы, которая состоит из одной технологической ячейки (ТЯ). Ячейка может находиться в двух состояниях: работоспособном и отказовом. Переход из работоспособного состояния в отказовое наступает либо в результате внезапного отказа, индикация которого происходит мгновенно, либо в результате планового ТО ячейки. Восстановления, которые проводятся после внезапных отказов, будем называть аварийными, а восстановления, которые проводятся во время ТО, будем называть профилактическими.

Время безотказной работы ТЯ - случайная величина (СВ) α с функцией распределения (ФР) $F(t)=P(\alpha \le t)$. В момент начала работы (нулевой момент времени) планируется проведение профилактического ТО через время τ. Если отказ системы происходит ранее, тогда в момент отказа начинается аварийное восстановление, которое длится случайное время β с ФР $G(t)=P(\beta \le t)$. Если в назначенный момент проведения ТО система находится в работоспособном состоянии, тогда проводится ТО, продолжительность которого СВ β_p с ФР $G_p(t)=P(\beta_p \le t)$. После проведения любой из восстановительных работ система полностью обновляется. По окончании профилактического ТО последующая предупредительная профилактика перепланируется через время τ. Если же в плановый момент проведения ТО система находится в отказе, тогда срок проведения ТО переносится на время τ. Предполагается, что время аварийного восстановления меньше времени между моментами панируемого ТО, т.е. $P(\beta \le \tau)=1$, СВ α, β, β_p независимы, имеют плотности распределения $f(t)$, $g(t), g_p(t)$ соответственно, конечные математические ожидания и дисперсии. Таким образом, функционирование ТЯ представляет собой последовательность следующих друг за другом периодов работы и аварийного или профилактического восстановления.

Функционирование ТЯ опишем полумарковским процессом (ПМП) $\xi(t)$ с дискретно-непрерывным фазовым пространством [5]. Введем следующее множество полумарковских состояний системы: $E=\{0, 11\tau, 11x, 10x, 20x, 0<x<\tau\}$:

11τ - профилактическое ТО завершено, работа ТЯ начинается сначала; время до следующего планового ТО равно τ;

0 - работа ТЯ прервана, началось профилактическое ТО;

$10x$ - произошел отказ ТЯ, началось аварийное восстановление; время, оставшееся до момента планового ТО равно x, $0<x<\tau$;

$11x$ - произошло восстановление ТЯ, время до момента планового ТО равно x, $0<x<\tau$;

$20x$ - наступил момент планового ТО, профилактика не проводится; время, оставшееся до окончания аварийного восстановления ТЯ, равно x, $0<x<\tau$.

Определим вероятности переходов вложенной цепи Маркова (ВЦМ) $\{\xi_n, n \ge 0\}$ ПМП $\xi(t)$, описывающего функционирование системы:

 ISSN 1562-9945

$P_0^{11\tau} = 1$, $P_{11\tau}^{0} = \overline{F}(\tau)$, $p_{11\tau}^{10x} = f(\tau - x), 0 < x < \tau$, $p_{11y}^{11x} = g(y - x), 0 < x < y < \tau$, $p_{10y}^{20x} = g(y + x), 0 < x < \tau - y$, $p_{11y}^{10x} = f(y - x), 0 < x < y < \tau$, $P_{11x}^{0} = \overline{F}(x), 0 < x < \tau$, $P_{20x}^{11(\tau - x)} = 1, 0 < x < \tau$.

Нетрудно найти времена пребывания на переходах ВЦМ $\{\xi_n, n \geq 0\}$, например: $\theta_0^{11\tau} = \beta_p$, $\theta_{10y}^{11\tau} = y - x$, $\theta_{10y}^{20\tau} = y$ Таким образом, задан процесс марковского восстановления $\{\xi_n, \theta_n, n \geq 0\}$, а следовательно, и соответствующий ему ПМП $\xi(t)$.

Перейдем к нахождению стационарного распределения ВЦМ. Обозначим через ρ_0, ρ_1 значения стационарного распределения ВЦМ на состояниях 0 и 11τ, а через $\rho(11x)$, $\rho(10x)$, $\rho(20x)$ - стационарные плотности состояний $11x$, $10x$, $20x$ соответственно. Система интегральных уравнений для стационарных распределений имеет вид:

$$\begin{cases} \rho(11x) = \int\limits_x^\tau g(y - x)\rho(10y)dy + \rho(20(\tau - x)), 0 < x < \tau, \\ \rho(10x) = \int\limits_x^\tau f(y - x)\rho(11y)dy + \rho_1 f(\tau - x), 0 < x < \tau, \\ \rho(20x) = \int\limits_0^{\tau - x} g(y + x)\rho(10y)dy, 0 < x < \tau, \\ \rho_1 = \rho_0 = \rho_1 \overline{F}(\tau) + \int\limits_0^\tau \overline{F}(x)\rho(11x)dx, \\ \rho_0 + \rho_1 + \int [\rho(11x) + \rho(10x) + \rho(20x)]dx = 1. \end{cases} \quad (1)$$

Исключая из этой системы функции $\rho(10x)$ и $\rho(20x)$, получаем относительно плотности $\rho(11x)$ уравнение:

$$\rho(11x) = \int\limits_x^\tau \rho(11y)dy \int\limits_0^{y-x} f(y - x - s)g(s)ds + \int\limits_0^\tau \rho(11y)dy \int\limits_0^{x \wedge y} g(\tau - x - s)f(y - s)ds +$$

$$+ \rho_1 \int\limits_x^\tau g(y - x)f(\tau - y)dy + \rho_1 \int\limits_0^x g(\tau - x + y)f(\tau - y)dy, \quad (2)$$

где $\wedge$ - знак минимума. Введем в рассмотрение интегральный оператор

$$(\Gamma\varphi)(x) = \int_0^\tau \gamma(x,y)\varphi(y)dy\,, \tag{3}$$

где

$$\gamma(x,y) = \begin{cases} \int_0^{y-x} f(y-x-s)g(s)ds + \int_0^x g(\tau-x+s)f(y-s)ds, 0<x<y\le\tau, \\ \int_0^y g(\tau-x+s)f(y-s)ds, 0<y<x<\tau, \end{cases}$$

Тогда интегральное уравнение (2) запишется в операторной форме следующим образом:

$$\rho(11x) = \Gamma\rho(11x) + \rho_1\gamma(x,\tau), 0<x<\tau\,. \tag{4}$$

Отметим, что $\gamma(x,y)$ - плотность вероятности (табу-вероятности [6]) перехода из состояния $11y$ в состояние $11x$ с запрещением попадания в состояния **0**, $11z, 0<z\le\tau$

Докажем, что при условии $F(\tau)=P(\alpha<\tau)<1$, норма оператора Г в пространстве $L[0,\tau]$ - суммируемых на отрезке $[0,\tau]$ функций, меньше 1. Действительно,

$$\|\Gamma\varphi\| \le \int_0^\tau |\varphi(y)|dy \int_0^\tau \gamma(x,y)dx = \int_0^\tau |\varphi(y)|dy \left(\int_0^\tau dx \int_0^{y-x} f(y-x-s)g(s)ds + \right.$$

$$\left. + \int_0^\tau dx \int_0^{y\wedge x} g(\tau-x+s)f(y-s)ds \right) = \int_0^\tau |\varphi(y)|dy \left(\int_0^y f(y-s)G(s)ds + \int_0^y f(y-s)\overline{G}(s)ds \right) =$$

$$= \int_0^\tau F(y)|\varphi(y)|dy \le F(\tau)\|\varphi\|\,.$$

Следовательно, уравнение (4) имеет единственное решение, которое может быть найдено методом последовательных приближений. Стационарное распределение ВЦМ $\{\xi_n, n\ge 0\}$ определяется формулами

$$\begin{cases} \rho(11x) = \rho_1 h_\gamma(x,\tau), \rho_0 = \rho_1 \\ \rho(10x) = \rho_1 \int_x^\tau f(y-x)h_\gamma(y,\tau)dy + \rho_1 f(\tau-x) \\ \rho(20x) = \rho_1 \int_0^{\tau-x} g(x+s)ds \int_s^\tau f(y-s)h_\gamma(y,\tau)dy + \rho_1 \int_0^{\tau-x} g(x+y)f(\tau-y)dy, \end{cases} \tag{5}$$

 ISSN 1562-9945

где

$$h_\gamma(x,\tau)=\sum_{n+1}^{\infty}\gamma^{(n)}(x,\tau),\quad \gamma^{(n)}(x,\tau)=\int_0^\tau \gamma(x,s)\gamma^{(n-1)}(s,\tau)ds,\quad \gamma^{(1)}(x,\tau)=\gamma(x,\tau),$$

постоянная ρ_1 находится из условия нормировки:

$$\rho_1=(2+2H_\gamma(\tau,\tau)+\int_0^\tau f(\tau-x)\overline{G}(x)dx+\int_0^\tau h_\gamma(y,\tau)dy\int_0^y f(y-x)\overline{G}(x)dx)^{-1},$$

$$H_\gamma(\tau,\tau)=\int_0^\tau h_\gamma(x,\tau)dx.$$

Перейдем к нахождению стационарных характеристик рассматриваемой системы. Множество состояний системы E разобьем на два непересекающихся подмножества: $E_+=\{11\tau,11x\}$ - подмножество работоспособных состояний и $E_-=\{0,10x,20x\}$ - подмножество отказовых состояний. Среднюю стационарную наработку на отказ T_+ и среднее стационарное время восстановления T_- найдем по формулам [5]

$$T_+=\frac{\int_{E_+} m(z)\rho(dz)}{\int_{E_+}\rho(dz)P(z,E_-)},\quad T_-=\frac{\int_{E_-} m(z)\rho(dz)}{\int_{E_+}\rho(dz)P(z,E_-)},$$

где $\rho(dx)$ - стационарное распределение, $P(x,dy)$ - вероятность переходов ВЦМ $\{\xi_n,n\ge 0\}$, $m(x)$ - средние времена пребывания в состояниях системы. Средние времена пребывания в состояниях определяются формулами

$$m(0)=M\beta_p,\ m(11x)=M(\alpha\wedge x)=\int_0^x \overline{F}(t)dt,\ 0<x\le\tau,\ m(10x)=M(\beta\wedge x)=\int_0^x \overline{G}(t)dt,$$

$$m(20x)=x.$$

Учитывая формулы (5) и систему уравнений (1), получаем:

$$\int_{E_+}\rho(dz)P(z,E_-)=\rho_1+\int_0^\tau \rho(11x)dx=\rho_1(1+\int_0^\tau h_\gamma(x,\tau)dx)=\rho_1(1+H_\gamma(\tau,\tau)),$$

$$\int_{E_+} m(x)\rho(dx)=\rho_1\int_0^\tau \overline{F}(t)dt+\int_0^\tau \rho(11x)dx\int_0^x \overline{F}(t)dt=\rho_1\int_0^\tau \overline{F}(t)dt+\rho_1\int_0^\tau h_\gamma(x,\tau)dx\int_0^x \overline{F}(t)dt,$$

$$\int_{E_-} m(x)\rho(dx) = \rho_1 M\beta_p + \int_0^\tau \rho(10x)dx \int_0^x \overline{G}(t)dt + \int_0^\tau x\rho(20x)dx = \rho_1 M\beta_p +$$

$$+\int_0^\tau \rho(10x)dx \int_0^x \overline{G}(t)dt + \int_0^\tau xdx \int_0^{\tau-x} g(x+y)\rho(10y)dy =$$

$$= \rho_1 M\beta_p + \int_0^\tau \rho(10x)dx \int_0^x \overline{G}(t)dt + \int_0^\tau \rho(10y)dy \int_y^\tau \overline{G}(t)dt =$$

$$= \rho_1 M\beta_p + M\beta \int_0^\tau \rho(10x)dx = \rho_1 M\beta_p + M\beta \int_0^\tau \rho(11x)dx = \rho_1 (M\beta_p + M\beta\ H_\gamma(\tau,\tau)).$$

Следовательно,

$$T_+ = \frac{\int_0^\tau \overline{F}(t)dt + \int_0^\tau h_\gamma(x,\tau)dx \int_0^x \overline{F}(t)dt}{1 + H_\gamma(\tau,\tau)}, \qquad T_- = \frac{M\beta_p + M\beta H_\gamma(\tau,\tau)}{1 + H_\gamma(\tau,\tau)}.$$

Стационарный коэффициент готовности системы равен

$$K_г = \frac{T_+}{T_+ + T_-} = \frac{\int_0^\tau \overline{F}(t)dt + \int_0^\tau h_\gamma(x,\tau)dx \int_0^x \overline{F}(t)dt}{\int_0^\tau \overline{F}(t)dt + \int_0^\tau h_\gamma(x,\tau)dx \int_0^x \overline{F}(t)dt + M\beta_p + M\beta H_\gamma(\tau,\tau)}. \quad \textbf{(6)}$$

Перейдем к определению среднего времени между моментами реального проведения профилактического ТО. ПМП $\xi(t)$ является регенерирующим процессом. Точками регенерации этого процесса являются моменты попадания системы в состояние 11τ. Найдем среднюю длительность периода регенерации, который складывается из времени профилактического ТО и времени пребывания процесса $\xi(t)$ в подмножестве состояний $E_0 = \{11\tau, 11x, 10x, 20x\}$ с начальным состоянием 11τ. Введем $\varsigma_{11\tau}\ \varsigma_{10x}\ \varsigma_{11\tau}\ \varsigma_{20x}$ времена пребывания ПМП $\xi(t)$ в подмножестве состояний E_0 с начальными состояниями $11\tau, 11x, 10x, 20x$ соответственно. Для средних времен пребывания в подмножестве состояний E_0 т.е. для

$M\varsigma_{11\tau} = u(11\tau)$, $M\varsigma_{10x} = u(10x)$, $M\varsigma_{11x} = u(11x)$, $M\varsigma_{20x} = u(20x)$ запишем систему уравнений марковского восстановления [5]:

$$\begin{cases} u(10x)=\int\limits_0^x g(x-y)u(11y)dy+\int\limits_0^{\tau-x} g(x+y)u(20y)dy+\int\limits_0^x \overline{G}(t)dt, 0<x<\tau, \\ u(11x)=\int\limits_0^x f(x-y)u(10y)dy+\int\limits_0^x \overline{F}(t)dt, 0<x\le\tau, \\ u(20x)=u(11(\tau-x))+x, 0<x<\tau. \end{cases}$$

Исключим из этой системы уравнений функции $u(20x)$ и $u(10x)$:

$$u(21x)=\int\limits_0^x u(11y)dy\int\limits_0^{x-y} f(x-y-s)g(s)ds=\int\limits_0^x u(11y)dy\int\limits_0^{x\wedge y} f(x-s)g(s+\tau-y)ds=$$

$$=\int\limits_0^x \overline{F}(t)dt+M\beta F(x).$$

В интегральной форме это уравнение имеет вид

$$u(21x)=\Gamma' u(11x)+\int\limits_0^x \overline{F}(t)dt+M\beta F(x),$$

где $\Gamma' u(11x)=\int\limits_0^\tau \gamma(y,x)u(11y)dy$ - оператор, союзный оператору, определенному формулой (3). Норма этого оператора в пространстве функций $L[0,\tau]$ меньше единицы и решение уравнения (7) задается формулой

$$u(11x)=\int\limits_0^x \overline{F}(t)dt+M\beta F(x)+\int\limits_0^\tau h_\gamma(y,x)dy\int\limits_0^y \overline{F}(t)dt+M\beta\int\limits_0^\tau h_\gamma(y,x)F(y)dy.$$

Учитывая, что

$$\int\limits_0^\tau \gamma(y,x)dy=F(x),\quad F(x)+\int\limits_0^\tau h_\gamma(y,x)F(y)dy=\int\limits_0^\tau h_\gamma(y,x)dy,$$

преобразуем выражение для $u(11x)$ к виду

$$u(11x)=\int\limits_0^x \overline{F}(t)dt+\int\limits_0^\tau h_\gamma(y,x)dy\int\limits_0^y \overline{F}(t)dt+M\beta\int\limits_0^\tau h_\gamma(y,x)dy.$$

Следовательно,

$$u(11\tau)=\int\limits_0^\tau \overline{F}(t)dt+\int\limits_0^\tau h_\gamma(y,x)dy\int\limits_0^x \overline{F}(t)dt+M\beta H_\gamma(\tau,\tau).$$

Таким образом, среднее время MX между моментами проведения реального профилактического ТО определяется формулой:

$$MX = u(11\tau) + M\beta_p = M\beta_p \int_0^\tau \overline{F}(t)dt + \int_0^\tau h_\gamma(y,x)dy \int_0^x \overline{F}(t)dt + M\beta H_\gamma(\tau,\tau). \qquad (8)$$

Выясним вероятностный смысл величины $H_\gamma(\tau,\tau)$. Обозначим через v число попаданий ПМП $\xi(t)$ в состояния $11x, 0 < x < \tau$, на периоде регенерации, стартуя из состояния 11τ. Вероятность того, что эта случайная величина принимает значение n находится по формуле $P(v = n) = \int_0^\tau \gamma^{(n)}(x,\tau)\overline{F}(x)dx$.

Найдем математическое ожидание этой величины.

$$Mv = \sum_{n=1}^{\infty} n \int_0^\tau \gamma^{(n)}(x,\tau)\overline{F}(x)dx = \sum_{n=1}^{\infty} n \left(\int_0^\tau \gamma^{(n)}(x,\tau)dx - \int_0^\tau \gamma^{(n)}(x,\tau)F(x)dx \right) =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} n \left(\int_0^\tau \gamma^{(n)}(x,\tau)dx - \int_0^\tau \gamma^{(n+1)}(x,\tau)dx \right) = \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^\tau \gamma^{(n)}(x,\tau)dx = H_\gamma(\tau,\tau).$$

Поскольку в состояние 11τ система попадает из состояния аварийного отказа $10y$, то $H_\gamma(\tau,\tau)$ - среднее число аварийных отказов системы на периоде регенерации.

Покажем, что формулу (8), по которой определяется средняя длительность периода регенерации, можно преобразовать к виду, в котором явно фигурирует промежуток времени τ. Для этого умножим обе части первых трех уравнений системы (1) на x и проинтегрируем в пределах от 0 до τ, получим:

$$\begin{cases} \int_0^\tau x\rho(11x)dx = \int_0^\tau \rho(10x)dx \int_0^x G(t)dt + \tau \int_0^\tau \rho(20x)dx - x\int_0^\tau \rho(20x)dx, \\ \int_0^\tau x\rho(10x)dx = \int_0^\tau \rho(11x)dx \int_0^x F(t)dt + \int_0^\tau F(t)dt, \\ \int_0^\tau x\rho(20x)dx = M\beta \int_0^\tau \rho(10x)dx - x\int_0^\tau \rho(10x)dx \int_0^x \overline{G}(t)dt. \end{cases}$$

Сложим почленно первые два уравнения этой системы и учтем, что

$$\int_0^\tau \rho(10x)dx = \int_0^\tau \rho(11x)dx,$$

$$\int_0^\tau \rho(11x)dx\int_0^x \overline{F}(t)dt + \int_0^\tau \rho(10x)dx\int_0^x \overline{G}(t)dt + \int_0^\tau x\rho(20x)dx + \rho_1\int_0^\tau \overline{F}(t)dt =$$

$$= \rho_1\tau + \tau\int_0^\tau \rho(20x)dx\,;$$

$$\int_0^\tau \rho(11x)dx\int_0^x \overline{F}(t)dt + M\beta\int_0^\tau \rho(11x)dx + \rho_1\int_0^\tau \overline{F}(t)dt = \rho_1\tau + \tau\int_0^\tau \rho(20x)dx$$

После несложных преобразований получим

$$MX = M\beta_p + \frac{1}{\rho_1}\left(\int_0^\tau \rho(11x)dx\int_0^x \overline{F}(t)dt + M\beta\int_0^\tau \rho(11x)dx + \rho_1\int_0^\tau \overline{F}(t)dt\right) = M\beta_p + \tau +$$

$$+\frac{\tau}{\rho_1}\int_0^\tau \rho(20x)dx = M\beta_p + \tau\left(1+\int_0^\tau f(\tau-x)\overline{G}(x)dx + \int_0^\tau h_\gamma(y,\tau)dy\int_0^y f(y-x)\overline{G}(x)dx\right).$$

Среднее время восстановления $MX^{(0)}$ за период регенерации равно $MX^{(0)} = M\beta_p + M\beta H_\gamma(\tau,\tau)$, поэтому коэффициент готовности можно определить и по формуле [3]: $K_г = 1 - \frac{MX^{(0)}}{MX}$,

$$K_г = \frac{M\beta_p + M\beta H_\gamma(\tau,\tau)}{M\beta_p + \tau\left(1+\int_0^\tau f(\tau-x)\overline{G}(x)dx + \int_0^\tau h_\gamma(y,\tau)dy\int_0^y f(y-x)\overline{G}(x)dx\right)}..$$

Определим экономические показатели функционирования ТЯ на бесконечном интервале времени. Введем следующие обозначения: c_0-прибыль, получаемая за единицу времени исправного функционирования ТЯ; c_h - затраты за единицу времени аварийного восстановления ТЯ; c_p – затраты за единицу времени профилактического ТО ТЯ. Для регенерирующего процесса средняя прибыль за единицу календарного времени S и средние затраты за единицу исправного функционирования С определяются формулами [3]: $S = \frac{M\widetilde{S}}{MX}$, $S = \frac{M\widetilde{C}}{MX^{(1)}}$, где X - длительность периода регенерации,

$MX^{(1)}$ - время исправного функционирования системы в период регенерации, $\tilde{S}$ - прибыль, полученная на периоде регенерации; $\tilde{C}$ - затраты, имевшие место на периоде регенерации. Следовательно,

$$S = c_0 - \frac{(c_0 + c_p)M\beta_p + (c_0 + c_h)M\beta H_\gamma(\tau,\tau)}{\int_0^\tau \overline{F}(t)dt + \int_0^\tau h_\gamma(x,\tau)dx\int_0^x \overline{F}(t)dt + M\beta_p + M\beta H_\gamma(\tau,\tau)},$$

$$C = \frac{c_p M\beta_p + c_h M\beta H_\gamma(\tau,\tau)}{\int_0^\tau \overline{F}(t)dt + \int_0^\tau h_\gamma(x,\tau)dx\int_0^x \overline{F}(t)dt}.$$

Найдем приближенные формулы для вычисления стационарных надежностных и экономических характеристик системы в предположении, что время безотказной работы ТЯ намного больше времени аварийного восстановления. В этом случае вероятность того, что в планируемый момент профилактического ТО ТЯ будет находиться в работоспособном состоянии значительно больше вероятности нахождения ТЯ в состоянии аварийного восстановления. Поэтому $\gamma(x,\tau) \approx (f * g)(\tau - x)$, $h_\gamma(x,\tau) \approx h_1(\tau - x)$, где $h_1(x) = \sum_{n=1}^{\infty}(f * g)^{*(n)}(x)$, - плотность функции восстановления $H_1(x) = \sum_{n=1}^{\infty}(F * G)^{*(n)}(x)$ альтернирующего процесса восстановления. Стационарные надежностные и экономические показатели функционирования ТЯ приближенно вычисляются по формулам:

$$T_+ \approx \frac{\tau\breve{K}(\tau)}{1 + H_1(\tau)},\ T_- \approx \frac{M\beta_p + M\beta H_1(\tau)}{1 + H_1(\tau)},\ K_г \approx \frac{\tau\breve{K}(\tau)}{\tau\breve{K}(\tau) + M\beta_p + M\beta H_1(\tau)},$$

$$S \approx \frac{c_0\tau\breve{K}(\tau) - c_p M\beta_p - c_h M\beta H_1(\tau)}{\tau\breve{K}(\tau) + M\beta_p + M\beta H_1(\tau)},\ C \approx \frac{c_p M\beta_p + c_h M\beta H_1(\tau)}{\tau\breve{K}(\tau)},$$

где $\breve{K}(\tau) = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau K(t)dt = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau \overline{F}(t)dt + \frac{1}{\tau}\int_0^\tau \overline{F}(t)H_1(\tau - t)dt$ - нестационарный средний коэффициент готовности системы, $K(\tau) = \overline{F}(t) + \int_0^\tau \overline{F}(t)h_1(\tau - t)dt$ - нестационарный коэффициент готовности [2].

ISSN 1562-9945

Оптимальные промежутки времени τ_k, τ_s, τ_c между планируемыми моментами проведения профилактического ТО, при которых соответствующие показатели $K_г$, S, C достигают оптимальных значений, удовлетворяют соответственно уравнениям:

$$\tau h_1(\tau)\frac{\breve{K}(\tau)}{K(\tau)} - H_1(\tau) = \frac{M\beta_p}{M\beta},$$

$$\tau h_1(\tau)\frac{\breve{K}(\tau)}{K(\tau)} + \frac{c_h - c_p}{c_h + c_0}\frac{M\beta_p}{K(\tau)}h_1(\tau) - H_1(\tau) = \frac{c_0 + c_p}{c_0 + c_h}\frac{M\beta_p}{M\beta},$$

$$\tau h_1(\tau)\frac{\breve{K}(\tau)}{K(\tau)} - H_1(\tau) = \frac{c_p}{c_h}\frac{M\beta_p}{M\beta}.$$

В случае существования единственных корней этих уравнений оптимальные значения показателей качества функционирования системы определяются формулами:

$$K_г(\tau_k) \approx \frac{K(\tau_k)}{K(\tau_k) + M\beta h_1(\tau_k)},\quad S(\tau_s) \approx \frac{c_0 K(\tau_s) - c_h M\beta h_1(\tau_s)}{K(\tau_s) + M\beta h_1(\tau_s)},\quad C(\tau_c) \approx \frac{c_h M\beta h_1(\tau_c)}{K(\tau_c)}.$$

Если уравнения (8) - (10) имеют несколько корней, оптимальные значения показателей находятся прямой подстановкой каждого из них в формулу для случая единственного корня с последующим выбором наилучшего из них, причем необходимо учесть значение показателя при $\tau = \infty$, $K_г(\infty) = \frac{M\alpha}{M\alpha + M\beta}$, $S(\infty) \approx \frac{c_0 M\alpha - c_h M\beta}{M\alpha + M\beta}$, $C(\infty) = \frac{c_h M\beta}{M\alpha}$.

Таким образом, полученные формулы позволяют определить промежутки времени, через которые необходимо проводить ТО для достижения оптимальных значений надёжностных и экономических показателей качества функционирования рассматриваемой системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Барлоу Р., Прошан Ф. Математическая теория надёжности. - М.: Сов. радио, 1969. – 488 с.
2. Байхельт Ф. Франкен П. Надежность техническое обслуживание. Математический подход.– М.: Радио и Связь, 1988. – 392 с.

3. Барзилович Е.Ю. Каштанов В.А. Некоторые математические вопросы теории обслуживания сложных систем. – М.: Сов. радио, 1971. – 272 с.
4. Обжерин Ю.Е., Глеч С.Г. Полумарковская модель технологической ячейки с учетом профилактики./ Оптимизация произв. процессов: Сб. науч. тр. – Севастополь, 2001. – Вып. 4.-С.-123-127.
5. Королюк В.С., Турбин А.Ф. Процессы марковского восстановления в задачах надёжности систем. – К.: Наук. думка, 1982. – 236 с.
6. Корлат А.Н., Кузнецов В.Н., Новиков М.И., Турбин А.Ф. Полумарковские модели восстанавливаемых систем и систем массового обслуживания. – Кишинёв: Штиинца, 1991. – 209 с.

Получено 15.03.2006 г.